# TUTTO QUELLO CHE AVRESTE VOLUTO SAPERE SULLA FISICA E NON VI E' MAI STATO DETTO

***Elucubrazioni didattiche a sfondo storico-epistemologico-neopositivista che dovrebbero - con quel poco che si può avere a scuola e che dovrebbe essere cultura comune - aiutare i non fisici a capire che cosa fanno i fisici (e se ne vale la pena).***

**Carlo Bernardini**

*Quella che segue va intesa come una "scaletta ragionata" di un programma di insegnamento elementare da sviluppare. E' concepita nella convinzione che il materiale contenuto nei libri di testo correnti sia organizzato come se si trattasse di "manuali di istruzioni per l'uso": un errore gravissimo, che distrugge in un colpo il contenuto culturale della disciplina. Attraverso il recupero di storie e di significati, è certamente possibile cambiare rotta alla didattica: ma bisogna provarci con convinzione. Aggiungo titoletti (inessenziali )per dare una scansione più chiara: purtroppo, la maggior parte di ciò che elenco non fa parte del bagaglio ben digerito dei neo-laureati e richiede perciò uno sforzo di "studio" su testi più completi. Questo è solo un quadro d'insieme, ordinato con un criterio ibrido che non è né quello storico né quello dei curricula di formazione tradizionali.*

## 1 - Analisi della realtà.

*1.1 – I padri: Galilei e Newton inventano una "filosofia della natura"e il suo linguaggio.*

Sulla scala dei tempi della fisica, due o trecento anni sono "tanto tempo fa". Allora, tante altre cose erano già molto avanti, la filosofia, la musica, la pittura, la poesia, ma la fisica no: Galilei aveva appena incominciato a mettere ordine nel modo di osservare e ragionare; e Newton (e Leibniz) avevano dovuto inventarsi la matematica adatta per esprimere certi pensieri che nascevano osservando il mondo. Di lì in poi, le cose hanno incominciato a galoppare, a prodursi sempre più rapidamente: un linguaggio potente stava traducendo i fenomeni in "universi mentali" semplificati, rappresentazioni potentemente interpretative e predittive che davano un senso nuovo a una realtà caotica che si presentava e si presenta ancora oggi tutt'insieme, addobbata di particolari e fronzoli superflui ai nostri occhi. Senza dubbio, un principio organizzatore stava semplificando il modo umano di pensare al mondo e si era messo a lavorare quasi "da solo" in alcune menti predisposte, quelle – in verità non molto frequenti – guidate da elementi di plausibilità e di razionalità. Filosofia vuole che non si accettino parole come "plausibilità" e "razionalità" come comprensibili per puro sentito dire (meno che mai "verità", un concetto asintotico, assoluto, che non ammette incrinature: o vero o falso): ma è proprio nel prendere coscienza di ciò che è plausibile e razionale nella conoscenza del mondo che Galilei ha trovato il suo ruolo di Padre della Scienza Moderna.

*1.2 – Dall'osservazione all'intuizione.Ripulire dal superfluo.*

Come stanno allora le cose? Oggi, possiamo partire dall'osservazione di come ragiona un buon fisico contemporaneo e, se vogliamo stupirci (non c'è niente di male e, anzi, apre una speranza emozionante che non guasta) possiamo partire dalla storia di alcuni individui capaci di intuizioni geniali che solo in un secondo momento si riducono a proposizioni esplicite nel linguaggio appropriato alla scienza. La grande capostipite di queste intuizioni è senza dubbio il "discorso della nave" nella giornata seconda del Dialogo dei Massimi Sistemi[1], che segna la nascita del principio di relatività. Ma, di lì in poi, si sviluppa una potente "epistemologia tacita" che resta nel modo spontaneo di argomentare di ogni fisico; in poche parole, si tratta di questo: la realtà è popolata di oggetti ed eventi che si sviluppano nel tempo, che generalmente risultano appesantiti da elementi che influenzano assai poco i fenomeni osservati.

[1] G. Galilei, *Dialogo sopra i Massimi Sistemi del Mondo*, giornata seconda ("Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza…")

*1.3 – Il meccano dei sistemi isolati: pezzi autonomi di realtà*

Riconoscere ed eliminare questa ridondanza è una delle operazioni più fruttuose, perché consente di identificare sistemi fisici semplici, che chiamiamo "isolati"[2] perché il loro comportamento fa sì che sembrino indipendenti da tutti gli altri sistemi esistenti nell'universo, come se fossero i soli. Senza questa opportunità, la fisica non sarebbe stata possibile nella sua versione attuale

*1.4 – Trial and error. Procedere per approssimazioni successive.*

Naturalmente, questo è plausibile solo entro certe condizioni di separazione e in una certa approssimazione sufficiente alle misure, ma già in quelle condizioni e in quella approssimazione riusciamo a capire cose che ci permettono, poi, di correggere le piccole imperfezioni della rappresentazione. Nel moto dei pianeti nel sistema solare, per esempio, scopriamo la legge di gravitazione universale analizzando i singoli sistemi pianeta-Sole come se fossero gli unici oggetti esistenti; ma ciò che impariamo - e il modo in cui impariamo a usarlo - ci consentono, poi, di correggere l'analisi *a posteriori* tenendo conto della presenza degli altri pianeti, dei loro satelliti e così via. E' ciò che François Jacob chiama[3] la proprietà di "generalizzabilità" delle formulazioni scientifiche; proprietà che gli altri modi di pensare non hanno nello stesso modo e con la stessa efficacia.

*1.5 – La legge più semplice è: "Questa grandezza non cambia nel tempo"*

I sistemi isolati, in quanto tali, offrono una descrizione molto comprensibile in termini di quantità conservate: e questo è un grosso passo avanti, elementarmente comprensibile perché connaturato all'assenza di apporti esterni.

*1.6 – Come è fatta la copia mentale di un sistema fisico?*

Ciascun sistema, poi, è generalmente rimpiazzato, nella sua descrizione scientifica, da uno o più "simulacri" equivalenti, di cui la storia ci racconta la nascita sotto la spinta (quasi metafisica) del desiderio di generare risultati a partire da qualche suggestiva proprietà nascosta, come i principi variazionali di minimo (p. es., il principio di Fermat o quello di Maupertuis). Ed ecco le formulazioni Lagrangiana e Hamiltoniana, dal nome degli ideatori delle funzioni delle variabili rilevanti (variabili canoniche) che fanno da simulacri in due rappresentazioni comunemente usate ed equivalenti.

*1.7 – Ogni oggetto si riconosce per le regolarità del suo aspetto: simmetrie.*

In quei simulacri, le proprietà peculiari che nella consuetudine chiamiamo "simmetrie" vengono rese palesi e finiscono con il produrre, attraverso il lavoro di Amalia (Emmy) Noether[4], quelle quantità conservate così preziose nella comprensione della realtà. Ma siamo già al primo ventennio del ventesimo secolo, molto avanti nel tempo, in una zona del sapere a cui la didattica elementare arriva a fatica.

*1.8 – Uno spazio pieno d'altro tra i corpi materiali.*

Nel frattempo, per costruire una descrizione adeguata di quelle "cause" che generano gli "effetti" osservati, si sono introdotte rappresentazioni utilissime del modo in cui i corpi comunicano tra loro: i campi, invisibili perché immateriali benché percepibili perché generatori di azioni fisiche. I campi hanno, in un linguaggio che è palesemente preso in prestito dal mondo dei liquidi, le loro "sorgenti" da cui sprizzano come linee infinite che non si intersecano, come filetti fluidi.

*1.9 – Ci sono campi che si liberano della sorgente?*

---

[2] R.M.F.Houtappel, H.van Dam, E.P.Wigner, *The Conceptual Basis and Use of Geometric Invariance Principles,* Rev. of Mod. Physics, **37**,1965, p. 595

[3] F. Jacob, *Il gioco dei possibili*, Mondadori (1983)

[4] H.A.Kastrup, *The contribution of Emmy Noether…*, in "Proc. of the 1st Int. Meeting on the History of Scientific Ideas, Barcelona 1987; *Emmy Noether, genio trasandato,* di L.Bonolis in "Sapere", giugno 2000

Ma, pur accompagnando le sorgenti senza staccarsene, quando descrivono una forza che si trasmette a corpi distanti, in certe condizioni, se le sorgenti sono sottoposte a accelerazioni ("scossoni"), possono distaccarsene diventando autonomi campi di radiazione che se ne vanno all'infinito dimenticando che cosa li ha generati; ma, ciò facendo, si portano via energia e quantità di moto, determinando così una situazione che, per la sorgente, appare "dissipativa". Tuttavia, le sorgenti più i loro campi, anche quelli che esse perdono come radiazione, rappresentano ancora "sistemi isolati", nel loro complesso, sicché si possono continuare a descrivere come un tutt'uno mediante simulacri classici: lagrangiane o hamiltoniane.

*1.10– Ingredienti di sistemi fatti di corpi materiali più radiazioni.*

Però, per arrivare a tanto, dobbamo imparare a riconoscere come sono fatti i pezzi dei sistemi: se i punti materiali sono gli ingredienti di base dei sistemi dinamici, le "onde sferiche uscenti" da una sorgente puntiforme sono gli elementi minimi dei campi di radiazione. Anche qui, le analogie con i fluidi suggeriscono immagini utili: anche chi non la ha mai vista, non stenta a credere che una esplosione subacquea di profondità genera un'onda di pressione che appare come una sfera in espansione attornio al punto dell'esplosione; se non altro come generalizzazione tridimensionale delle onde circolari create da un sasso che cada in uno stagno. E' evidente, anche, che l'onda di pressione sta portando via l'energia prodotta nell'esplosione dal punto in cui è stata generata: la dissipa nel fluido circostante. Aiutandosi, senza esagerare, con queste analogie, si possono capire fenomeni di radiazione molto diffusi in ambito "classico", cioè quello della fisica capìta fino alla fine dell' '800. Sembra quasi che, usando punti materiali e onde sferiche uscenti da sorgenti puntiformi come i pezzi di un "meccano mentale" possiamo ricostruire tutti i fenomeni osservati: e proprio questa era la segreta speranza dei fisici all'alba del '900[5].

*1.11– I limiti della fisica "classica".*

Oggi diciamo che tutto ciò che si può interpretare con questo meccano appartiene a un filone di pensiero che si può chiamare "realismo classico". E' la comparsa traumatica di elementi non riconducibili a questo meccano che segna la transizione dal realsmo classico alla "fisica moderna": il quadro fenomenologico disponibile all'inizio del '900 contiene elementi non interpretabili in quelle rappresentazioni. Tutto ciò avviene in concomitanza sia con la "scoperta" degli atomi e delle loro proprietà individuali, sia con la "scoperta" dell'Universo nelle sue dimensioni reali. I grandi cambiamenti prendono il nome di relatività e di quantizzazione; ma non si possono apprezzare se non come modificazioni del meccano precedente. Perciò, lo studio delle rappresentazioni concrete del realismo classico è una premessa indispensabile per lo studio della fisica moderna. Ma solo una premessa.

## 2 – La fenomenologia.

*2.1 – Come analizziamo ciò che osserviamo.*

In un certo senso, la fenomenologia ha un forte connotato "classificatorio"; è un po' come l'anamnesi in medicina. Dice soprattutto a quale categoria di fenomeni appartiene l'evento in studio: ma il criterio adottato è un po' simile all'attribuzione di una parentela (con una certa parte della fisica) e non semplicemente l'appartenenza a una specie generale (la fisica). Naturalmente, perciò, lo dice non tanto collocandolo in categorie molto generali (biofisica, astrofisica, fisica nucleare, ecc.) quanto in subcategorie molto specifiche delle categorie generali anzidette. Per esempio, (idrodinamico, gravitazionale, elettromagnetico, termodinamico, stocastico, ecc.). Il riconoscimento avviene attraverso la constatazione del manifestarsi di certe modalità peculiari. La periodicità o la non-periodicità, il comportamento caotico, la risposta di particolari sistemi (antenne, rivelatori, termometri, elementi fotosensibili, ecc.).

[5] R. McCormack, *Pensieri notturni di un fisico classico*, Editori Riuniti, 1990

*2.2 – Le cose che impariamo, le impariamo dalle misure.*
In genere, gli strumenti di rilevamento la dicono lunga sulla categoria a cui il fenomeno appartiene e, quindi, sulla fenomenologia da adottare. La fenomenologia "classica" offre risposte per sistemi di dimensioni decisamente più grandi di quelle atomiche e più piccole di quelle dell'universo.

*2.3 – Un'enorme diversità di oggetti.*

La fenomenologia adatta alla fisica moderna estende perciò il modo di ragionare proficuamente su un enorme intervallo di ordini di grandezza, che va dalle dimensioni subnucleari ($10^{-16}$ m) al raggio dell'universo ($10^{25}$ m), dal microscopico al cosmico. Di questo intervallo, la fisica classica copre bene, grosso modo, solo la parte che va da $10^{-6}$ m a $10^{14}$ m (dalle dimensioni di una cellula a quelle del sistema solare: è ciò che si chiama il "macroscopico", o, anche, "a misura d'uomo", con un po' di esagerazione). Analoghe considerazioni valgono per le scale dei tempi, che si ottengono da quelle spaziali dividendole per la velocità della luce. E' un utile esercizio didattico fare una tabella in cui si incasellano, in ordine di potenze di dieci, oggetti e fenomeni a seconda dell'estensione spaziale o dei tempi caratteristici.

*2.3 – Le "grandezze" sostituiscono gli "oggetti": nasce un linguaggio.*

Nonostante i suoi limiti, la fenomenologia classica è una grande produttrice di linguaggi proposizionali adatti alla realtà nelle sue manifestazioni e d'uso generalizzabile. La relatività userà le nozioni di energia, momento e massa sebbene in una accezione un po' diversa; la meccanica ondulatoria userà le nozioni di ampiezza d'onda, diffrazione, propagatore ma associandole a corpi che non godevano di queste descrizioni nella fisica classica; si esporteranno lagrangiane, hamiltoniane, la nozione di stato, in descrizioni matematicamente più astratte.

*2.4 – Al limite, la fisica classica è ancora buona da usare.*
Bisognerà considerare la fisica classica come un limite della fisica moderna; uno strano limite, perché nella fisica moderna compariranno le cosiddette costanti universali e si tratterà di farle scomparire con rigorosa cautela, con effetti interpretativi molto pesanti da accettare nell'intuizione.

*2.5 – Unificando si semplifica: raggi e traiettorie.*
Tutto ciò avrà dei precursori che apriranno la strada alle novità più sconvolgenti: per esempio, il passaggio dall'ottica ondulatoria all'ottica dei raggi con la tecnica dell'iconale; la fenomenologia di Lorentz con le sue trasformazioni che anticipano la relatività di Einstein. Tutto questo è storia, un po' dimenticata nella didattica, benché assai illuminante: pochi sanno che la matematica delle traiettorie in campi di forze conservativi è identica a quella di raggi luminosi in mezzi dispersivi non omogenei (potenziali $\leftrightarrow$ indici di rifrazione). Ma per chi è ben equipaggiato con la meccanica analitica del punto e con la rappresentazione delle onde sferiche uscenti da una sorgente puntiforme, il terreno è spianato e si tratta solo di usare in modo nuovo vecchi arnesi della teoria.

*2.6 – I matematici non sembrano interessati all'intuizione fisica.*
Vale perciò la pena di impadronirsi di questi vecchi arnesi attraverso la storia dei concetti introdotti per l'uso che se ne sarebbe fatto in fisica. Tutte le secolari diatribe tra fisici e matematici nascono da questa domanda: da dove sono nate le idee importanti della matematica moderna? La risposta dei matematici è ovviamente che la vera matematica è autosufficiente[6]; ma per i fisici, i quesiti posti dalla realtà naturale hanno problemi interpretativi che travalicano le possibilità della matematica dei matematici. In buona sostanza, la divaricazione è oziosa e piuttosto artificiosa.

---

[6] G. H. Hardy, *Apologia di un matematico*, Garzanti, 1989

## 3 – Tappe storiche.

*3.1 – Obiettivi e gergo della meccanica matematizzata.*
La storia della meccanica analitica è abbastanza facilmente reperibile[7] e relativamente comprensibile: i primordi sono esplicitati con notazioni così diverse dalle attuali che spiazzano un po' anche l'esperto. Comunque, è una storia strettamente legata a quella delle equazioni differenziali ordinarie del second'ordine: in omaggio al fondamento-principe newtoniano, $F= ma$, divenuto ormai un luogo comune simbolico. Le nozioni chiave sono quelle di "grado di libertà", di "spazio delle fasi" e di "condizioni iniziali". Sono nozioni alla fin fine banali che però richiedono una certa consuetudine per entrare nell'uso personale. I nomi non sono azzeccatissimi: libertà? E di che? E le fasi? E che vuol dire iniziale? Ebbene, il sistema può effettuare spostamenti lungo tre coordinate che non sono necessariamente tre assi cartesiani ortogonali: può traslare e ruotare, oscillare e allontanarsi indefinitamente. A ogni oppotunità di movimento corrisponde un grado della libertà di cui gode di sandarsene a spasso nello spazio delle fasi, in cui è un punto a rappresentarlo, con una posizione e una velocità (una quantità di moto) per ogni grado di libertà. Dunque, un punto materiale in uno spazio ordinario tridimensionale viaggia in uno spazio delle fasi a 6 dimensioni. Se i gradi di libertà sono $N$, le dimensioni dello spazio delle fasi sono $2N$. La parola "fasi" può sembrare misteriosa in questo contesto, ma probabilmente viene da ??????????. Le variabili di posizione e di quantità di moto (generalizzate) associate a ogni grado di libertà si chiamano "variabili canoniche coniugate" solo per sottolineare solennemente che possono essere diverse dalle scelte cartesiane ingenue: una coordinata rettilinea è coniugata a una quantità di moto ordinaria ma una variabile angolare è coniugata a un momento angolare. Ma il gergo non è poi più gravoso di così. Lo spazio delle fasi rappresenta il luogo delle posizioni e velocità accessibili al sistema: esso può incominciare a muoversi a partire da ogni punto di esso dove può essere portato in qualunque momento per costituire una "condizione iniziale".

*3.2 – Tutto accade in modo più trasparente nello spazio delle fasi.*
Il fatto che, come spazio delle condizioni iniziali accessibili alle variabili canoniche coniugate, lo spazio delle fasi abbia $2N$ dimensioni testimonia solo del fatto che l'equazione è un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine in $N$ incognite e perciò ha bisogno di due costanti di integrazione per ogni incognita (le condizioni iniziali).

*3.3 – Che tempo usiamo?*
Iniziali? Sì, ogni istante è buono per osservare un sistema che incomincia a muoversi: i sistemi isolati non hanno nemmeno un orologio esterno, "assoluto" con cui determinare il tempo e possono usare orologi convenzionali che misurano quanto tempo è passato da un istante $t_0$ scelto arbitrariamente come origine ($t_0= 0$).

*3.4 – Provando e riprovando: giocare con le variabili per sceglierle.*
Se è lecito parlare con disinvoltura semplificatrice di queste cose, il lavoro principale dei meccanici analitici (e meccanici razionali) è stato quello di "assaggiare" un enorme numero di cambiamenti di variabili, con l'intento di trovare variabili con proprietà più semplici di quelle usate (p.es., coordinate cartesiane e quantità di moto ad esse associate) per fare il primo ritratto del sistema in esame. E' veramente un po' come passare dalla pittura realista, figurativa, che imita la fotografia, alla pittura cubista o espressionista in cui si evidenziano altri caratteri senza preoccuparsi della stretta somiglianza. La teoria delle trasformazioni canoniche ha avuto un grande successo e ha permesso poi generalizzazioni importanti nella fisica moderna.

---

[7] Truesdell, C.A., *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, 2 volumes. New York: Springer-Verlag,1991.; G.Maltese, *La storia di «F=Ma». La seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Firenze, Olschki, Biblioteca di «Nuncius», 1992

*3.5 – Dalle descrizioni archeologiche a quelle più complete di proprietà notevoli.*
Sta di fatto che la meccanica è passata lentamente dalle primitive descrizioni di "linee orarie" (variabili di posizione in funzione del tempo) e di "traiettorie" o "orbite" (linee nello spazio, di cui le linee orarie sono possibili rappresentazioni parametriche) alla descrizione mediante curve nello spazio delle fasi giacenti su ipersuperfici caratteristiche di costanti del moto.
*3.6 – Determinismo e caos.*
I sistemi dinamici, di cui è inevitabile che le variabili descrittive siano conosciute con qualche errore, saranno localizzati inizialmente entro un volumetto dello spazio delle fasi. Se, nel corso dell'evoluzione temporale, l'estensione di qauel volumetto resta contenuta, si dirà che il sistema è "insensibile alle condizioni iniziali" e il moto si caratterizzerà come "deterministico". Ma se le traiettorie nello spazio delle fasi si divaricheranno, sicché il volumetto si espanderà nel tempo e non sarà possibile predire con accuratezza dove il sistema va a finire (sempre nello spazio delle fasi) il moto sarà detto caotico: le equazioni del moto ($F = ma$) appaiono, sì, deterministicamente predittive, ma ciò che veramente accade è simile, di fatto, all'imprevedibilità del caos.
*3.7 – Le virtù dell'oscillatore armonico.*
Il problema meccanico più felicemente abbordabile resta quello dei sistemi rappresentabili con "oscillatori lineari accoppiati", cioè punti materiali legati tra loro con forze elastiche: questi sistemi sono riducibili a una somma di oscillatori indipendenti, detti "modi normali"[8] (di oscillazione: *sottinteso*) che corrispondono a movimenti coerenti di più punti del sistema. Questi modi normali oscillano su frequenze caratteristiche che non è difficile calcolare.
*3.8 – Che freddo che fa sulla terra! Tutto è quasi "congelato".*
Il motivo per cui questa rappresentazione dei sistemi fisici con reti di oscillatori accoppiati è così frequentemente usata è che, sulla superficie terrestre, viviamo in condizioni molto prossime allo zero assoluto di temperatura: in queste condizioni, gli atomi componenti i corpi stanno "accucciati" vicino a posizioni di equilibrio, perché non hanno l'energia necessaria per muoversi da lì. In quelle condizioni, quando fanno piccoli spostamenti percepiscono forze elastiche e si comportano come oscillatori accoppiati perché l'equilibrio è determinato dalla posizione degli atomi vicini. In una stella, i modi normali sarebbero ben poco utili: troppo caldo!
*3.9 – Matematica al nostro servizio.*
Meno facilmente reperibili sono le creazioni iniziali che hanno reso operativo il linguaggio della teoria dei campi, in particolare, dei campi di radiazione. La difficoltà è probabilmente legata al fatto che ogni campo ha una sorgente, e la sorgente idealmente più semplice è, di nuovo, un corpo puntiforme dotato di opportune qualità generatrici (massa, carica elettrica, momento magnetico, ecc., eventualmente variabili); ma di quella sorgente puntiforme serve, ora, una densità: e come diavolo si fa a rappresentare la densità di una massa puntiforme? Le funzioni generalizzate nasceranno piuttosto tardi: la cosiddetta "delta di Dirac", oggetto ripugnante per i matematici, sarà una conquista sudatissima dei primi anni '30 del 1900. Ma una grande conquista: combinata con l'analisi di Fourier, diventerà la chiave di volta della matematica dei fisici teorici. Aveva avuto i suoi precursori nelle rappresentazioni delle cosiddette "sollecitazioni impulsive", accelerazioni enormi di brevissima durata, tali da dare variazioni finite di velocità: anche gli ingegneri erano interessati al comportamento dei sistemi sotto impulso, detto efficacemente "comportamento balistico". Ma ci volle P.A.M. Dirac[9] per trovare la disinvoltura di dare le regole d'uso della delta, che giustamente prese il suo nome.
*3.10 – I matematici mostrano segni di (rigorosa) insofferenza.*

[8] ? Whittaker, *Analytical Dynamics*, ???????
[9] P.A.M. Dirac, *I principi della meccanica quantistica,* Torino, Boringhieri, 19 ??

Poi, l'inglese Lighthill[10] costruì un apparato formale che poteva soddisfare e tranquillizzare ogni fisico, ma per placare i matematici ci volle la "teoria delle distribuzioni" di Schwartz[11], che di nuovo copriva la vicenda di oscuro rigore: il Bourbakismo stava spegnendo le luci sulla festa dell'intuizione, e c'era chi ci campava.

*3.11 – Un mugnaio dice pane al pane.*

Comunque, tornando indietro nel tempo, il meglio della descrizione dei campi di radiazione, quasi a sciogliere la promessa fatta tanti anni prima con il suo celeberrimo principio da Christian Huyghens, lo dobbiamo a un mugnaio inglese, matematico dilettante, George Green (Sneinton, 1793-1841), che inventa la "funzione di Green", che 200 anni dopo genererà la nozione efficacissima di "propagatore" che permetterà una rappresentazione mediante freccette e vermicelli tra le più intuitive del mondo, capace anche di risolvere le incongruenze del cosiddetto "principio di azione e reazione" o "terzo principio della dinamica" di Newton (con calma, arriveremo ai diagrammi di Feynman a tempo debito).

## 4 – Il miracolo della linearità: oscillatori armonici & Co.

*4.1 – Per fortuna, la matematica dei fisici è anche leggibile e suggestiva.*

La "linearità" della matematica più importante è una manna del cielo. Spesso, non è correttamente definita e viene confusa con proprietà banali. Dico esattamente di cosa si tratta, in generale: supponete di avere un sistema fisico e di sollecitarlo con un qualche tipo di sollecitazione esterna ("input") $x$. Il sistema "risponde" con un segnale in uscita ("output"): chiamiamolo $y$. Questo segnale è il risultato di una trasformazione, diciamo $T$, che il sistema produce sulla sollecitazione in ingresso.

*4.2 – Come sarebbe, in formule?*

Scriveremo in generale $y = T \otimes x$ indicando con $\otimes$ il tipo di operazioni che il sistema esegue su $x$. $T$ è un "operatore di trasformazione" che opera secondo le regole di calcolo indicate con $\otimes$. Se accade che per due diversi imput $x_1$ e $x_2$ il sistema risponda con due output $y_1$ e $y_2$ , ma che inoltre, all'input composito corrispondente alla sovrapposizione $x_1 \oplus x_2$ la risposta sia $y_1 \oplus y_2$, allora diremo che il nostro sistema è lineare. Il simbolo $\oplus$ denota una qualunque operazione di composizione lineare che generalizza la somma di due numeri (somma di scalari, matrici, vettori, ecc.).

*4.3 – Che ci si guadagna?*

Ci siu guadagna che, oltre che fare a pezzi la realtà degli oggetti, per rappresentarsela come una collezione di sistemi isolati (cf. § *1.3*), per i sistemi lineari possiamo scomporre qualunque azione che subisca in azioni elementari, per poi ricomporla in una azione complessa. La scomposizione di Fourier in input periodici di frequenza definita ("monocromatici") è un esempio fantastico. La dinamica dei sistemi lineari è caratterizzabile con uno "spettro", cioè con il modo in cui il sistema risponde alle varie frequenze degli input.

*4.4 – Le risonanze fanno il codice segreto delle cose.*

La risposta cambia in ampiezza a seconda della frequenza; i sistemi rispondono "vivacemente" solo a certe frequenze, quelle che chiamiamo di "risonanza" Tutto ciò che ci circonda è catalogabile a seconda delle frequenze di risonanza del suo spettro. Jean Baptiste Fourier è un grande benefattore della fisica e va ricordato agli studenti. Con lui, le onde di ogni tipo balzano in prima fila, con le risonanze che le accompagnano: la radio e la TV risunano sulle frequenze delle varie stazioni emittenti, il treno vibra in corsa su certe frequenze, persino il vuoto risuona sulle frequenze corrispondenti alle masse di certe particelle subnucleari (ma non corriamo troppo!).

[10] M.J. Lighthill, *Fourier Analysis and Generalised Functions,*1958 - Cambridge U.P.

[11] L. Schwartz**,** *Théorie des distributions*, Hermann, Parigi, 1966

*4.5 – I "fondamenti" della fisica sono ricchi di linearità.*

La fortuna sfacciata dei fisici sta nel fatto che, se i sistemi meccanici classici descritti dai principi della dinamica di Newton sono solo eccezionalmente lineari (oscilatori armonici), la teoria del campo elettromagnetico e la meccanica quantistica di Schroedinger sono intrinsecamente lineari. La teoria generale della relatività non lo è e la sua matematica è molto più difficile da interpretare.

*4.6 – La linearità si combina peculiarmente con la "freccia del tempo".*

I filosofi hanno ben visto che sotto il problema del tempo che "passa" inesorabilmente c'è un principio di quelli solenni: la causalità. La sequenza causa-effetto è sempre ordinata così, non si può rovesciare in modo che l'effetto preceda la causa. Ebbene, questo limita le forme che può avere la "risposta" di un sistema a un input. La limitazione è molto raffinata e la si può verificare sperimentalmente su cose misurabili come l'indice di rifrazione o le suscettività elettrica e magnetica dei corpi. Ma nessuno ha trovato un esempio convincente per la didattica elementare: ecco una sfida per la ricerca.

*4.7 – L'oscillatore armonico è la pietanza scientifica più nutriente.*

L'oscillatore armonico va sviscerato in tutte le salse. Non basta dire che le soluzioni sono funzioni trigonometriche di qualche $\omega t$. Bisogna buttarlo nel suo spazio delle fasi, quantizzarlo alla Bohr-Sommerfeld, far vedere che in tre o in quante si voglia dimensioni si scompone agevolmente eccetera. Importantissimo è far vedere che ogni massa in fondo a una buca di potenziale è praticamente un oscillatore armonico. Poi, bisogna insegnare come maneggiare due oscillatori armonici accoppiati e trovarne i modi normali (cf. § *3.7*): è un esercizio-lezione importantissimo. Spiegare che se uno fotografa a casaccio un oscillatore mentre oscilla lo trova quasi sempre agli estremi dell'oscillazione perché lì è quasi fermo e ci sta più tempo. E così via. Per esperienza, anche con studenti motivati la parola oscillatore evoca solo $\omega^2 = k/m$ dove $k$ è la costante elastica e "$\cos(\omega t + \phi)$" dove $\phi$ è una fase arbitraria: un po' poco, in verità.