

Scuola di Storia della Fisica

**“Sulla Storia dell’Astronomia: il Novecento.
Gli strumenti, le scoperte, le teorie.”**

Asiago 22-26 Febbraio 2016

GLOSSARIO : Stelle Binarie

Biagio Buonaura GdSF & Liceo Scientifico Statale «Albertini» Nola (Na)

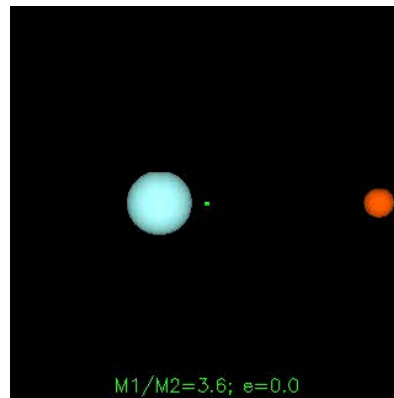
A Bruno CACCIN (1944 – 2004)

Professore di Astronomia

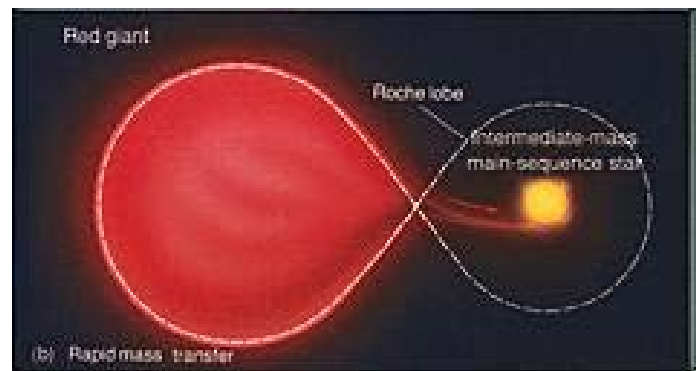
Massa delle Stelle: Stelle Binarie

La misura diretta delle masse delle stelle è possibile solo in sistemi binari o multipli.

L'85% di tutte le stelle della Via Lattea sono parte sistemi stellari multipli (binari, triplete o più).



Alcune sono abbastanza vicine che sono in grado di trasferire la materia a causa delle forze di marea. Si tratta di binarie a contatto.



Leggi di Keplero

Prima però di parlare delle stelle binarie è opportuno parlare del Problema di Keplero.

Johannes Kepler ricavò le 3 leggi empiriche (che portano il suo nome), sulla base degli accurati dati osservativi ottenuti da Tycho Brahe delle posizioni planetarie).

Leggi di Keplero

1) Le orbite dei pianeti sono ellisse ed il Sole occupa uno dei fuochi.

(Astronomia Nova 1609)

2) Il raggio vettore che connette il Sole al Pianeta descrive aree uguali in tempi uguali.

(Astronomia Nova 1609)

3) Il quadrato del periodo di rivoluzione è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita.

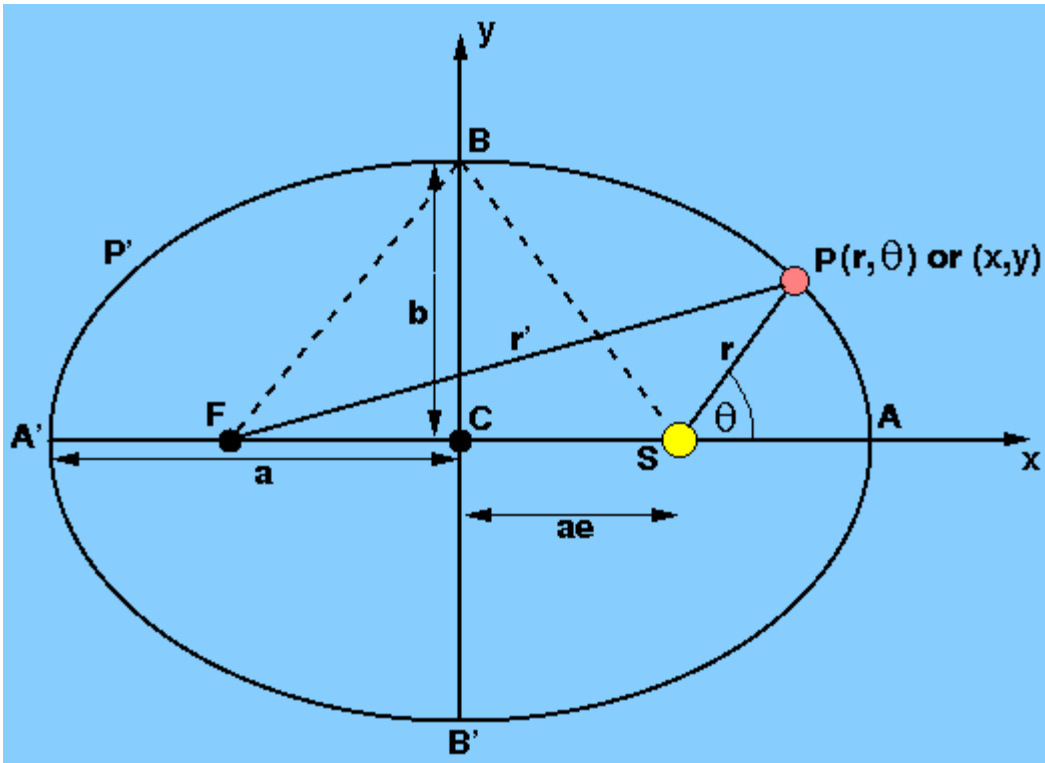
(Armonices Mundi 1619)

Ellisse

Definizione: l'ellisse è una curva chiusa, luogo di tutti i punti di un piano la cui somma delle distanze dai fuochi è costante: $r + r' = 2a$

Eccentricità : Collega il semiasse maggiore(a) con il semiasse-minore (b) . $c = ea$. $a^2 = b^2 + c^2$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}$$



$$r'^2 = r^2 \sin^2 \theta + (2ae + r \cos \theta)^2$$

Sostituendo $r' = 2a - r$

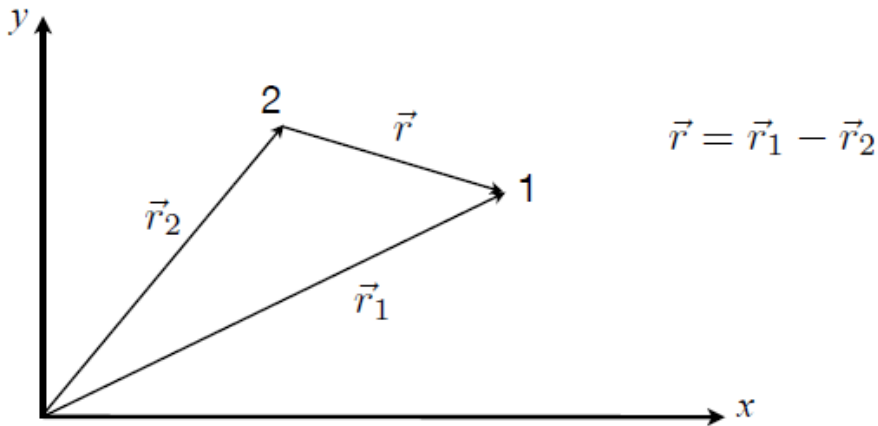
Equazione dell'ellisse in coordinate polari:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$

Il Problema dei 2 Corpi

Il problema di Keplero è un particolare Problema dei 2 Corpi affrontato e risolto da Newton.

Scegliamo un sistema di riferimento xy e consideriamo i due corpi di massa m_1 e di massa m_2 , i cui vettori posizione sono \mathbf{r}_1 ed \mathbf{r}_2 .



Equazione del moto di massa m_1

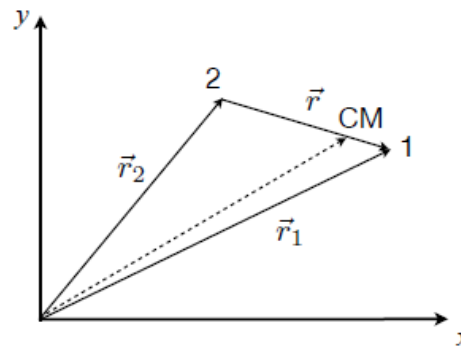
$$m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = \frac{Gm_1 m_2}{r^3} \mathbf{r}$$

Equazione del moto di massa m_2

$$m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = -\frac{Gm_1 m_2}{r^3} \mathbf{r}$$

Per definizione il **Centro di Massa** (CM) è quel punto virtuale dove, ai fini dinamici, si pensa concentrata tutta la massa del sistema:

$$\mathbf{R}_{CM} := \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}$$



$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$$

Differenziando la definizione di CM e utilizzando le equazioni del moto:

$$(m_1 + m_2)\ddot{\mathbf{R}}_{CM} = m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 + m_2\ddot{\mathbf{r}}_2 = 0$$

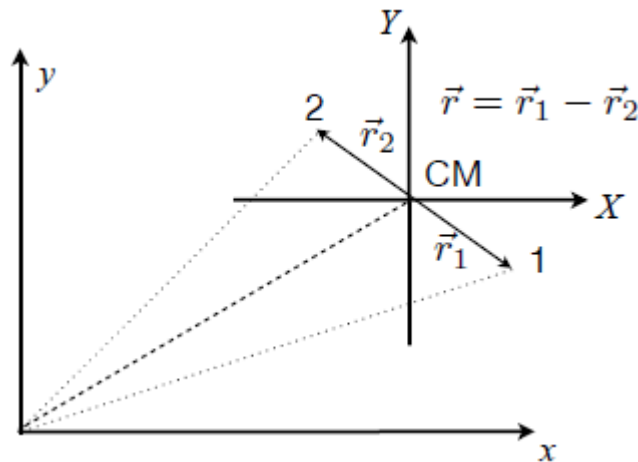
Il CM, in assenza di forze esterne, o sta fermo, o si muove di moto rettilineo ed uniforme.

Scegliendo il CM come origine di un nuovo riferimento XY (Sistema Inerziale) troviamo:

$$\mathbf{R}_{CM} = 0$$

$$m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 = 0 \Rightarrow m_1\mathbf{r}_1 = -m_2\mathbf{r}_2$$

Ovvero i corpi 1 e 2 sono sempre allineati con l'origine del riferimento.



Per cui adesso:

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \\ m_1 \mathbf{r}_1 = -m_2 \mathbf{r}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{r}_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \\ \mathbf{r}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{r} \end{cases}$$

Sostituendo nell'equazione della massa m_2 si ottiene:

$$\mu \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m_1 + m_2)\mu}{r^3} \mathbf{r}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Massa Ridotta

Il moto dei due corpi 1 e 2 è pertanto equivalente a quello di un corpo di massa μ (massa ridotta del sistema 1-2) nel potenziale generato dalla massa $M1+M2$ fissa.

Abbiamo ricondotto il problema a 2 corpi al problema ad 1 corpo che sappiamo risolvere, ovvero date le condizioni iniziali sappiamo ottenere $\mathbf{r}(t)$ da cui possiamo ricavare $\mathbf{r}_1(t)$ e $\mathbf{r}_2(t)$.

Energia cinetica K:

$$K = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2$$

Energia potenziale:

$$\Omega_{grav} = -G \frac{(m_1 + m_2) \mu}{r}$$

Momento angolare:

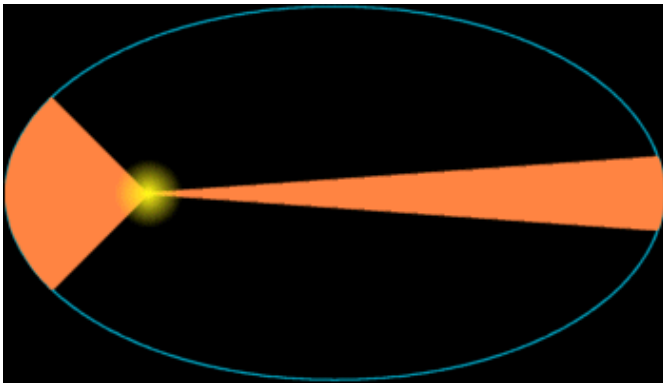
$$\mathbf{L} = \mu \mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{costante}$$

$$L = 2\mu \frac{A_{ellipse}}{P} = 2\mu \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{P}$$

Nel caso **Sole –Terra**:

$$\mu_{\odot-\oplus} = \frac{m_{\odot} m_{\oplus}}{m_{\odot} + m_{\oplus}} = \frac{2 \times 10^{30} \text{ kg} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{2 \times 10^{30} \text{ kg} + 6 \times 10^{24} \text{ kg}} \cong 6 \times 10^{24} \text{ kg} \cong m_{\oplus}$$

Questo risultato mostra che il CM del sistema Sole –Terra è praticamente coincidente con il Sole.



La costanza di $\mathbf{L} \Rightarrow L_{afelio} = L_{Perielio}$

$$\mu r_a v_a = \mu r_p v_p \quad \Rightarrow \quad \frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{r_a} = \frac{(1-e)}{(1+e)}$$

$$e = 0.0167$$

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{(1+e)}{(1-e)} = \frac{1.0167}{0.9833} = 1.034, \text{ i.e. } 3.4\% \text{ faster}$$

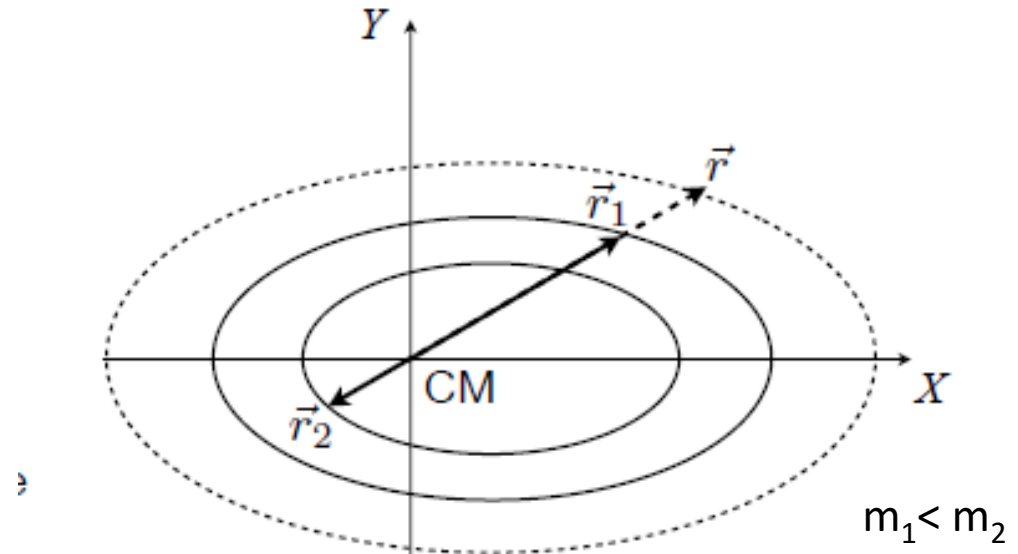
Orbite in un sistema binario

Supponiamo che $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ corrisponda ad un'orbita ellittica con semiasse maggiore a e fuoco nell'origine del riferimento.

Le orbite di 1 e 2 sono anch'esse ellittiche con fuoco nell'origine e semiassi:

$$a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} a$$

$$a_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} a$$



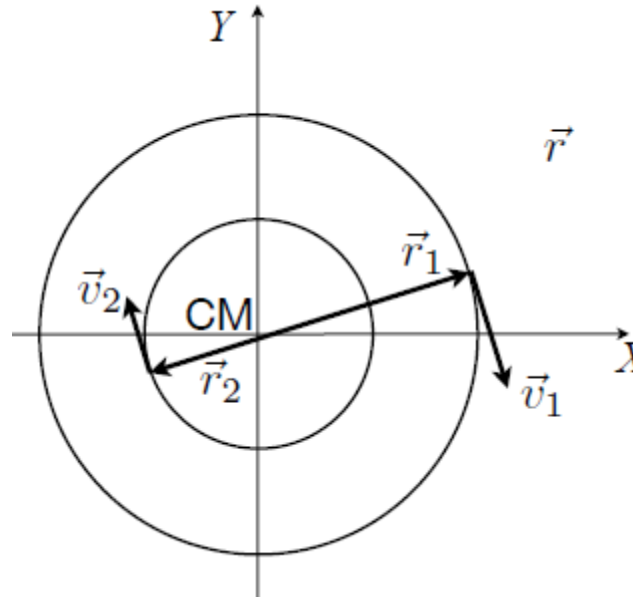
Durante l'orbita il punto virtuale di massa ridotta μ , 1, 2, e l'origine sono sempre allineati tra loro.

In conclusione, sappiamo risolvere il moto di un sistema binario e, dati i parametri che lo caratterizzano, sappiamo calcolare le orbite delle stelle che lo costituiscono.

Nel caso più generale di un sistema binario legato, le orbite sono ellittiche.

Tuttavia considerare orbite ellittiche rispetto ad orbite circolari costituisce solo una complicazione geometrica e non aggiunge nulla alla fisica del problema.

Pertanto, per evitare che complicazioni matematiche nascondano la fisica del problema consideriamo il caso di orbite circolari.



Le accelerazioni

$$\mathbf{a}_1 = \omega^2 \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{a}_2 = \omega^2 \mathbf{r}_2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Per la massa m_1 scriviamo:

$$m_1 \omega^2 r_1 = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

Ricordando che:

$$\mathbf{r}_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r}$$

Otteniamo:

$$\omega^2 r^3 = G(m_1 + m_2)$$

\Rightarrow

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)}$$

III Legge di Keplero

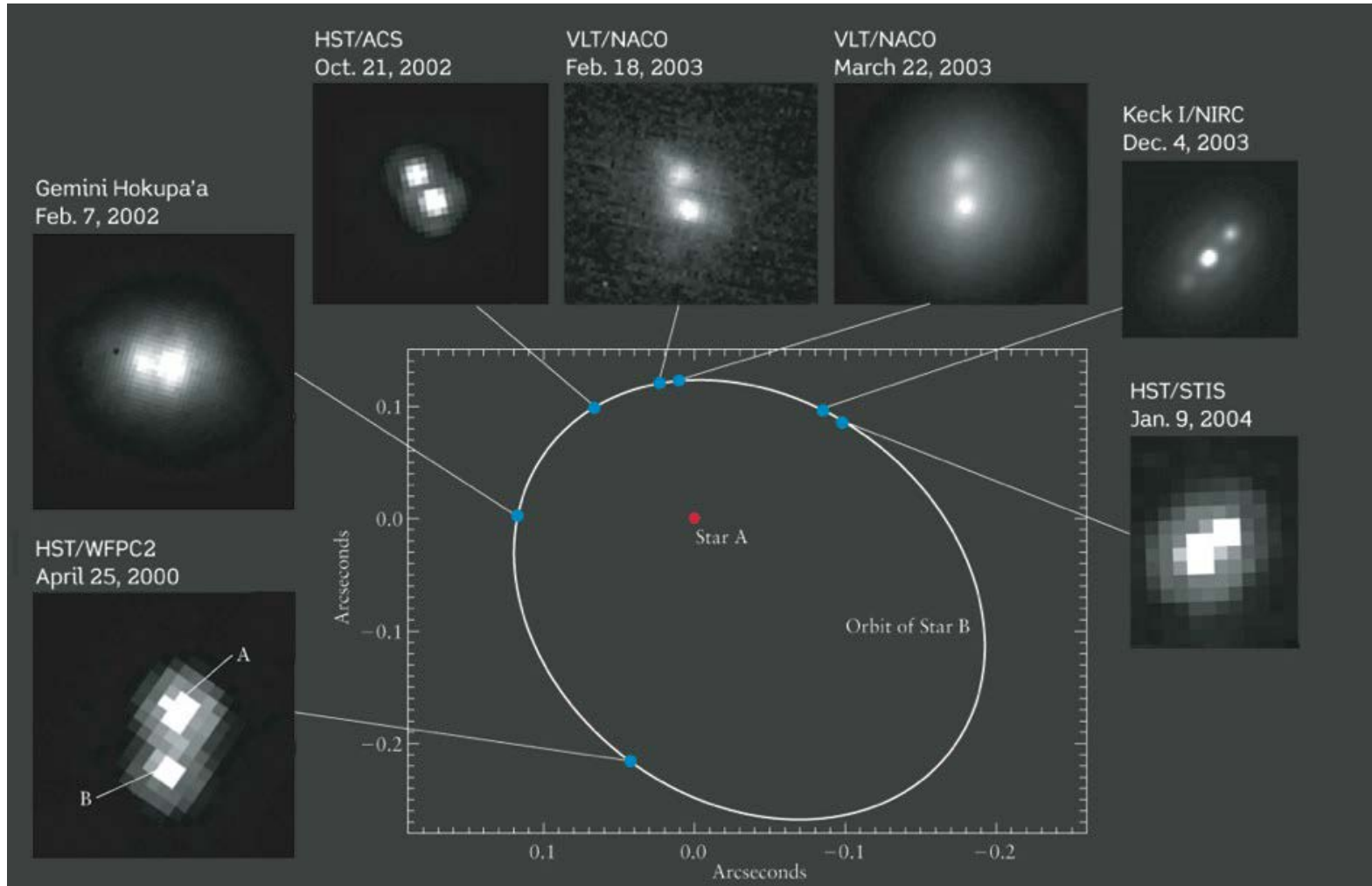
Questa legge vale anche nel caso di orbite ellittiche con r sostituito da a **distanza massima** tra i due corpi ovvero il semiasse maggiore dell'orbita del corpo di massa ridotta.

La III Legge di Keplero permette una determinazione della massa del Sole. Infatti, se $m_1 = m_{\oplus} \ll m_2 = m_{\odot}$ allora:

$$m_{\odot} \cong \frac{4\pi^2 r_{T-S}^3}{T^2 G} = \frac{4(3.14)^2 (1.5 \times 10^{11} m)^3}{(3.16 \times 10^7 s)^2 (6.67 \times 10^{-11} kg^{-1} m^3 s^{-2})} = 1.99 \times 10^{30} kg$$

Classificazione delle stelle binarie

Binarie visuali: entrambe le stelle risolvibili; si misurano i moti propri sul piano del cielo e si ricostruiscono orbite attorno al centro di massa (CM).



Una stima della massa di entrambe le stelle è possibile se:

Entrambe le stelle sono visibili (**Binarie visuali**)

La loro velocità angolare è sufficientemente elevata per consentire una ragionevole mappatura dell'orbita (o frazione di essa)

La distanza dal sistema è nota (ad esempio tramite parallasse)

Il piano orbitale è perpendicolare alla linea di vista

Esempio: Sirio

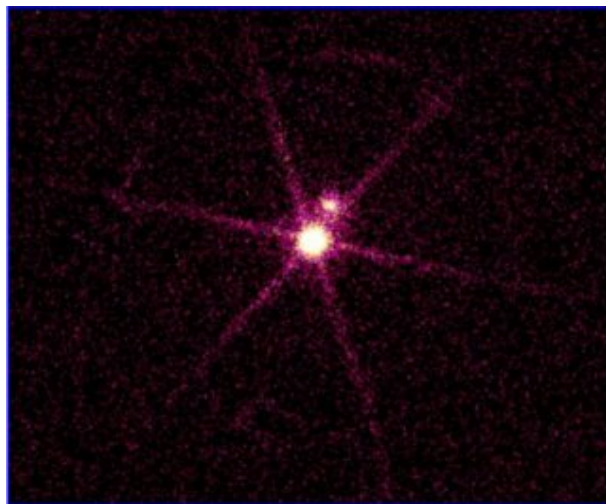
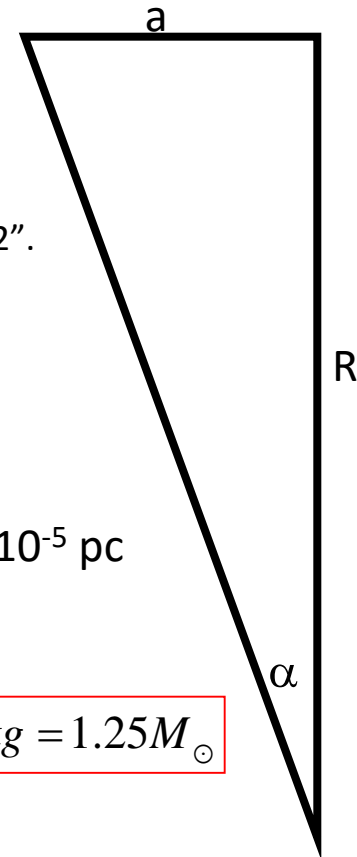
Sirio A and B è un sistema binario visuale:

- Un periodo di 49.94 a
- Una parallasse di $p=0.377''$
- L'estensione angolare del semiasse maggiore è: $\alpha=\alpha_A+\alpha_B=5.52''$.
- $a_A/a_B=0.466$

Assumere che il piano dell'orbita è nel piano del cielo

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{r_A}{r_B} = \frac{a_A}{a_B}$$

$$m_A + m_B = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$



$$R=1/p=2,65\text{pc}= 8,67 \text{ a.l.} = 8,19 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$a= \alpha R = 5.52'' \times 4,85 \times 10^{-6} \text{ rad} \times 2.65 \text{ pc} = 7.09 \times 10^{-5} \text{ pc} \\ = 2,19 \times 10^{12} \text{ m.}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{a_A}{a_B} = 0.466$$

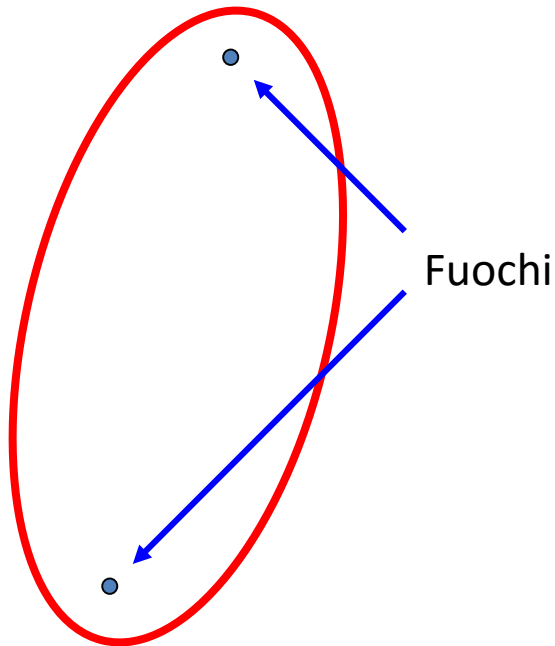
$$m_A + m_B = 2.50 \times 10^{30} \text{ kg} = 1.25 M_{\odot}$$

Valori sottostimati a causa dell'inclinazione $i \neq 0$ del piano orbitale

Binarie visuali: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- In generale il piano dell'orbita non è nel piano del cielo.

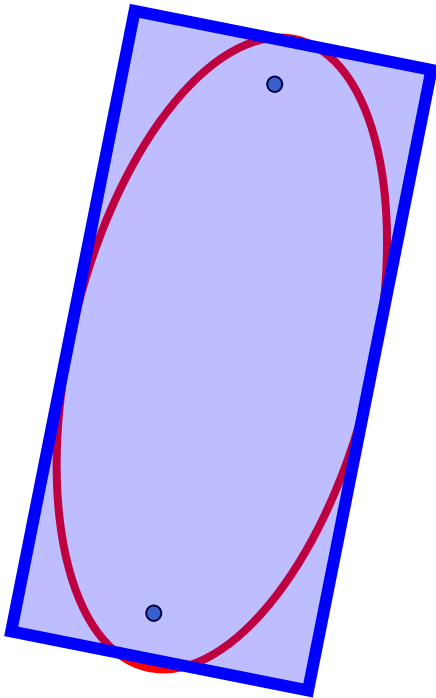
Questa è l'orbita vera



Binarie visuali: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- In generale il piano dell'orbita non è nel piano del cielo.

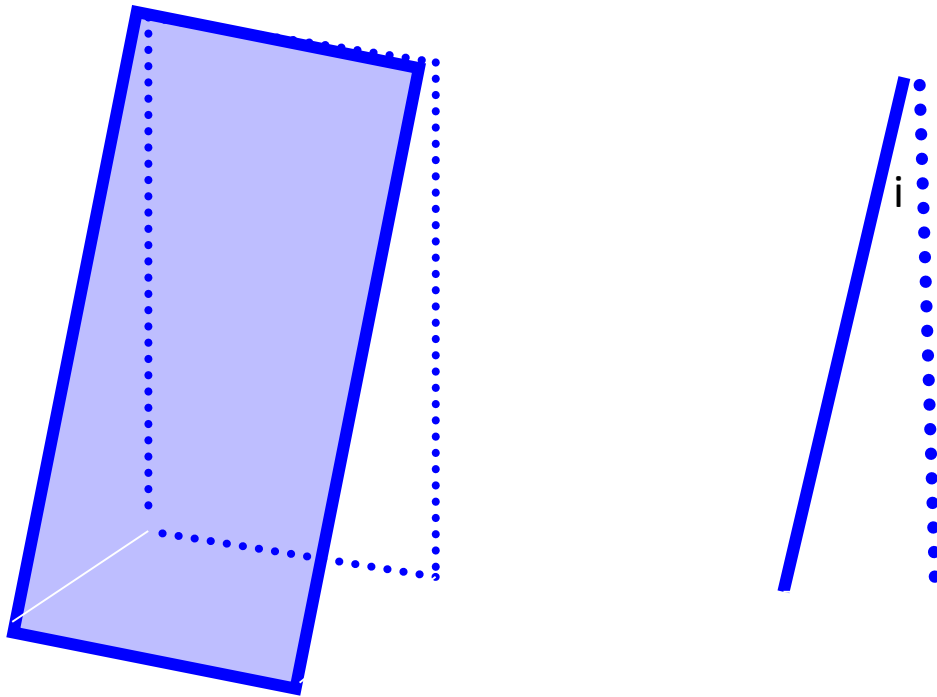
Questa è l'orbita vera che definisce il piano orbitale



Binarie visuali: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- In generale il piano dell'orbita non è nel piano del cielo.

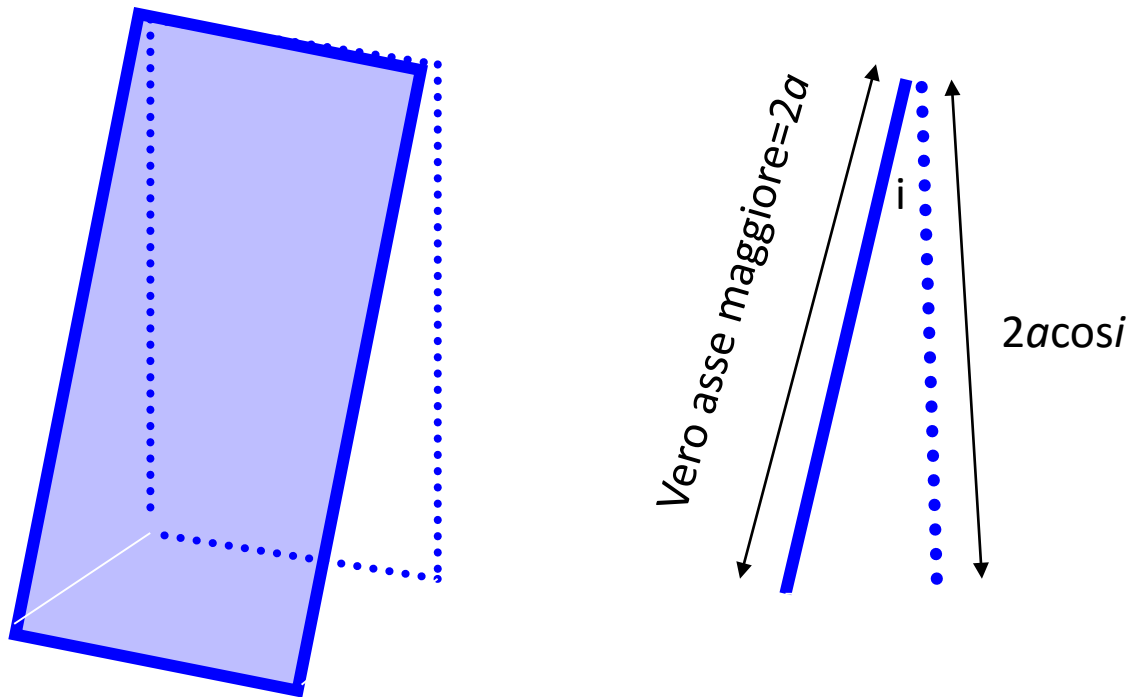
Immaginiamo questo piano inclinato contro il piano del cielo con angolo i :



Binarie visuali: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- In generale il piano dell'orbita non è nel piano del cielo.

Immaginiamo questo piano inclinato contro il piano del cielo con angolo i :

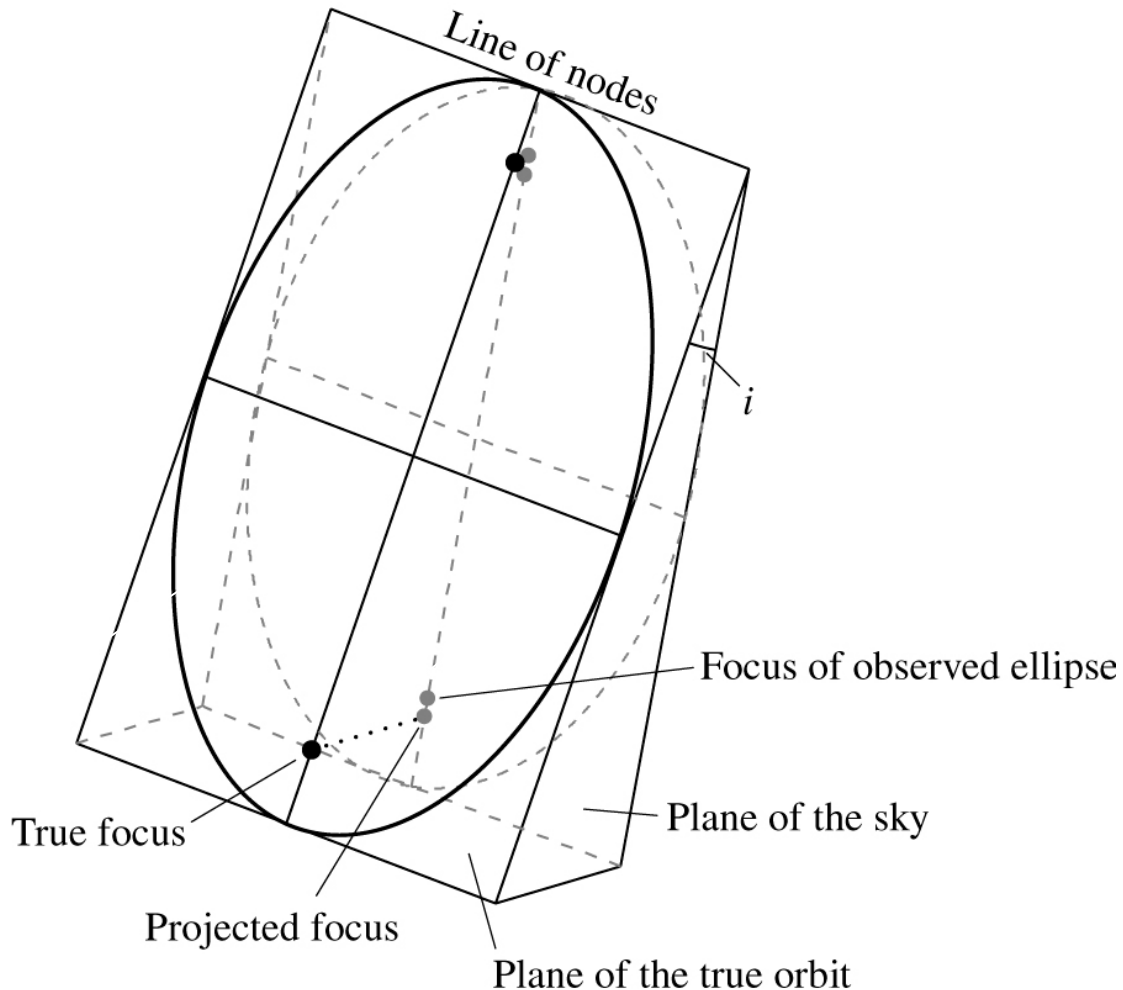


Invece di misurare un semiasse maggiore di lunghezza a , misuriamo $a \cos i$
Dove i è l'angolo d'inclinazione

Binarie visibili: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- Questa proiezione distorce l'ellisse: Il CM non è nel fuoco osservato e l'eccentricità osservata è diversa da quella vera .

Questo rende possibile determinare i se l'orbita è nota con sufficiente precisione



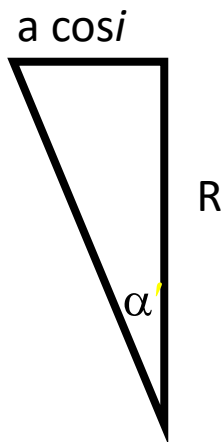
Binarie visuali: effetti dell'inclinazione del piano orbitale

- In pratica non misuriamo la distanza fisica a , ma piuttosto una distanza angolare α . Se α è la **vera distanza angolare**, e α' quella misurata allora:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_2 \cos i}{\alpha_1 \cos i} = \frac{\alpha'_2}{\alpha'_1}$$

Così il rapporto delle masse è **indipendente** dall'angolo d'inclinazione

Comunque la somma delle masse non lo è:



$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \\ &= \frac{4\pi^2 (\alpha R)^3}{GP^2} \\ &= \frac{4\pi^2}{GP^2} \left(\frac{R}{\cos i} \right)^3 \alpha'^3 \end{aligned}$$

Binarie visuali: Esempio: Sirio A e B

- In che modo la nostra risposta per la massa di Sirio A e B dipendono inclinazione?

$$a = \frac{R\alpha'}{\cos i}$$
$$= \frac{7.1 \times 10^{-5}}{\cos i} \text{ pc}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{a_A}{a_B} = 0.466$$
$$a_B = \frac{a}{1 + a_A/a_B} = \frac{1.5 \times 10^{12}}{\cos i} \text{ m}$$

$$m_B = \frac{0.40}{\cos^3 i} M_{Sun}$$

$$m_A = 2.1 m_B = \frac{0.84}{\cos^3 i} M_{Sun}$$

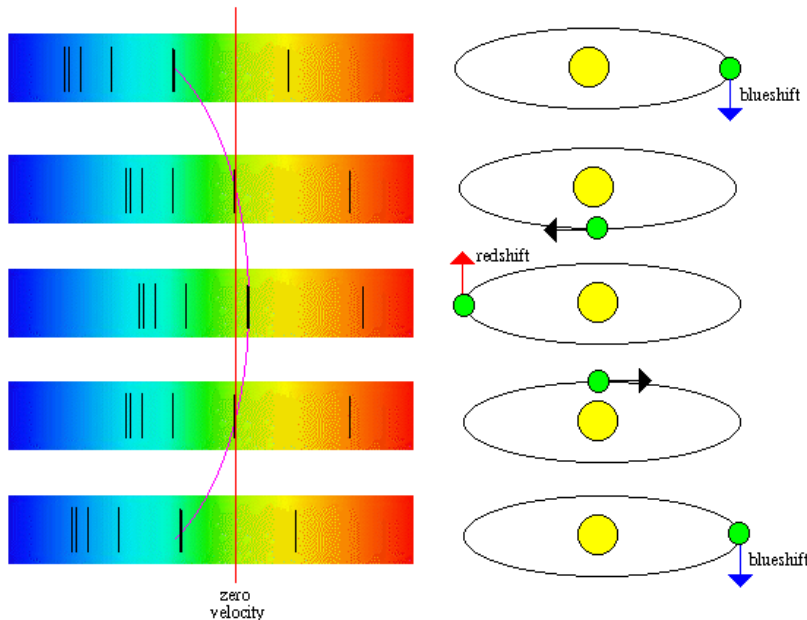
L'inclinazione realmente misurata è $i=43.5^\circ$. Così risulta $\cos^3 i=0.38$ e $m_A=2.2 M_\odot$, $m_B=1.0 M_\odot$

Classificazione delle stelle binarie

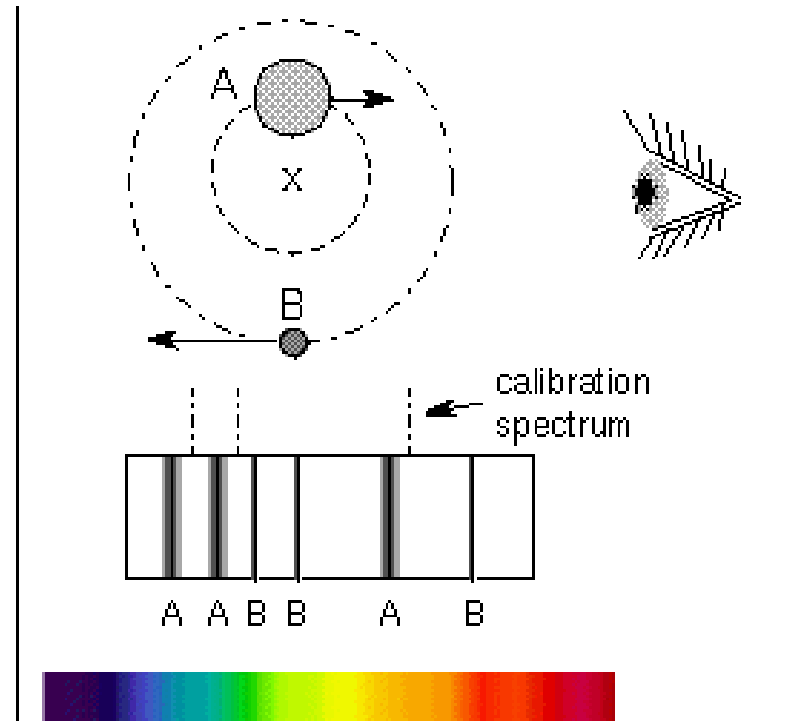
Binarie spettroscopiche: sono due stelle non risolte ma la cui natura binaria è rivelata dallo spettro. Questo è dato dalla sovrapposizione da due sistemi di righe a velocità diverse lungo la linea di vista.

In alcuni casi, come in un sistema stella+planeta il compagno non si osserva spettralmente ma si osserva la variazione della velocità della stella a seguito dell'oscillazione attorno al CM.

Binaria spettroscopica a riga singola: le righe di assorbimento sono redshifted or blueshifted quando la stella si muove nella sua orbita



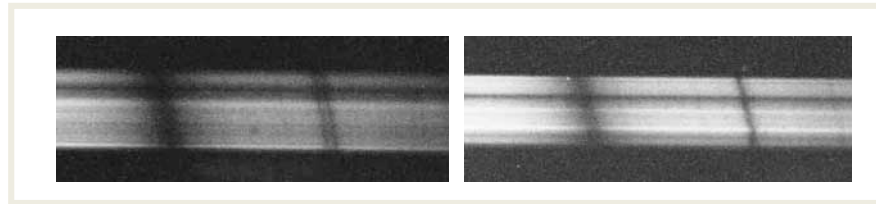
Binaria spettroscopica a riga doppia: 2 gruppi di righe sono visibili



Binarie spettroscopiche: Mizar

Mizar è stata la prima binaria spettroscopica ad esser scoperta (ζ Ursae Majoris, distanza 88 al) da E.C. Pickering in 1889.

Fa parte del primo sistema stellare doppio mai risolto, nel 1650 ca., da Giovanni Battista Riccioli in Bologna.



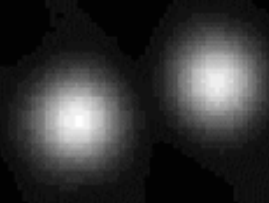
Due spettri storici di **Mizar A**, prese all' Harvard College Observatory nella primavera 1887. Mentre la linea K di calcio è doppia sulla prima lastra del 27 marzo, è diventata unica entro il 5 aprile, quando il secondo spettrogramma è stata preso. L'altra linea è H ϵ dell'idrogeno.

Esempio: Osservazioni interferometriche di Mizar

Navy Precision Optical Interferometer

NPOI Observations of Mizar A (ξ^1 Ursa Majoris)

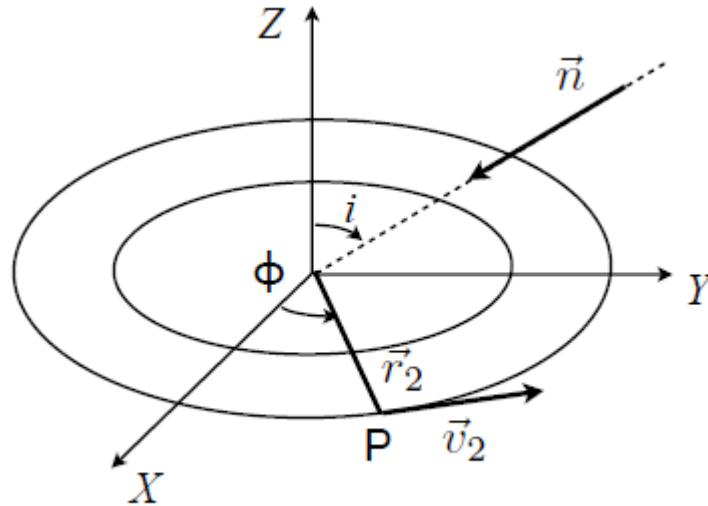
Orbital Phase: 000°



Mizar, 88 light years distant, is the middle star in the handle of the Big Dipper. It was the first binary star system to be imaged with a telescope. Spectroscopic observations show periodic Doppler shifts in the spectra of Mizar A and B, indicating that they are each binary stars. But they were too close to be directly imaged - until 2 May 1996, when the NPOI produced the first image of Mizar A. That image was the highest angular resolution image ever made in optical astronomy. Since then, the NPOI has observed Mizar A in 23 different positions over half the binary orbit. These images have been combined here to make a movie of the orbit. As a reference point, one component has been fixed at the map center; in reality, the two stars are of comparable size and revolve about a common central position.

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

Nelle binarie spettroscopiche non possiamo misurare α_1 e α_2 ma possiamo utilizzare l'informazione sulla velocità delle stelle lungo la linea di vista.



Se \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} sono i versori degli assi del sistema XYZ centrato sul CM con XY piano dell'orbita possiamo scrivere per la stella 2:

$$\mathbf{r}_2 = r_2 (\cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}) \quad ; \quad \phi = \omega t = \frac{2\pi}{T}$$

$$\mathbf{v}_2 = \dot{\mathbf{r}}_2 = r_2 \dot{\phi} (-\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}) = r_2 \omega (-\sin \omega t \hat{\mathbf{x}} + \cos \omega t \hat{\mathbf{y}})$$

$$\mathbf{n} = -(\sin i \hat{\mathbf{y}} + \cos i \hat{\mathbf{z}})$$

dove \mathbf{n} è il versore che identifica la linea di vista dove \mathbf{n} è il versore che identifica la linea di vista (*los, line of sight*) ed è **diretto dall'osservatore alla sorgente**.

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

La velocità lungo la linea di vista (misurata per effetto Doppler) è pertanto:

$$\mathbf{V}_{r,2} = \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{n} = -\omega r_2 \sin i \cos \omega t = c \frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2}$$

quando $\varphi = \omega t = 0$ l'oggetto 2 si avvicina all'osservatore e si ha un **blueshift**.

Analogamente per la stella 1:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= -r_1 (\cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}) \quad ; \quad \phi = \omega t = \frac{2\pi}{T} \\ \mathbf{v}_1 &= \dot{\mathbf{r}}_1 = -r_1 \dot{\phi} (-\sin \phi \hat{\mathbf{x}} + \cos \phi \hat{\mathbf{y}}) = r_2 \omega (-\sin \omega t \hat{\mathbf{x}} + \cos \omega t \hat{\mathbf{y}}) \\ \mathbf{n} &= -(\sin i \hat{\mathbf{y}} + \cos i \hat{\mathbf{z}}) \end{aligned}$$

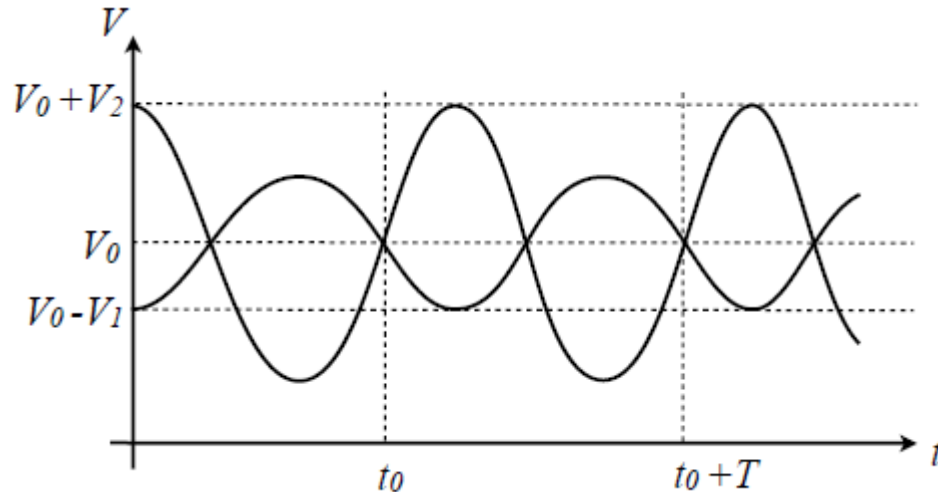
La velocità lungo la linea di vista (misurata per effetto Doppler) è pertanto:

$$\mathbf{V}_{r,1} = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} = \omega r_1 \sin i \cos \omega t = c \frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2}$$

quando $\varphi = \omega t = 0$ l'oggetto 1 si allontana dall'osservatore e si ha un **redshift**.

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

Siccome il moto è circolare uniforme ($\varphi(t) = \omega t$) le velocità osservate avranno l'andamento sinusoidale riportato in figura



Nel caso in esame di orbite circolari, gli andamenti sono sinusoidali con ampiezze V_1 e V_2 (V_0 è la velocità del CM lungo la linea di vista).

Misurando le velocità di 1 e 2 nel tempo si riesce a determinare le ampiezze delle curve ed anche il periodo T .

D'altra parte risulta:

$$\begin{cases} V_{1\max} = \omega r_1 \sin i \\ V_{2\max} = \omega r_2 \sin i \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{1\max}}{V_{2\max}} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

sostituendo r_1 e r_2 nella III legge di Keplero si ottiene anche:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \frac{V_{1\max}}{\omega \sin i} \\ r_2 = \frac{V_{2\max}}{\omega \sin i} \end{array} \right. \Rightarrow \omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{(V_{1\max} + V_{2\max})^3} \omega^3 (\sin i)^3$$

Sostituendo il periodo T:

$$(m_1 + m_2)(\sin i)^3 = \frac{(V_{1\max} + V_{2\max})^3}{2\pi G} T$$

Le masse le otteniamo a meno di un fattore $(\sin i)^3$.

Pertanto dal sistema di equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_1 + m_2)(\sin i)^3 = \frac{(V_{1\max} + V_{2\max})^3}{2\pi G} T \\ \frac{V_{1\max}}{V_{2\max}} = \frac{m_2}{m_1} \end{array} \right.$$

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

otteniamo i valori della masse m_1 ed m_2 delle due stelle a meno del fattore $(\sin i)^3$:

$$\begin{cases} m_1 (\sin i)^3 = \frac{V_{2\max} (V_{1\max} + V_{2\max})^2}{2\pi G} T \\ m_2 (\sin i)^3 = \frac{V_{1\max} (V_{1\max} + V_{2\max})^2}{2\pi G} T \end{cases}$$

Se le binarie spettroscopiche sono anche **binarie a eclisse** allora $i \approx 90^\circ$ ovvero $\sin i \approx 1$ si riesce a **misurare direttamente le masse**.

In molti casi si riesce ad osservare lo spettro di una sola stella (l'altra è troppo debole).
Utilizzando le relazioni precedenti e sostituendo $V_{2\max} = m_1/m_2 V_{1\max}$ possiamo scrivere:

$$(m_1 + m_2) (\sin i)^3 = \frac{T}{2\pi G} V_{1\max}^3 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right)^3$$

Binarie spettroscopiche: Stima delle masse

ovvero

$$\frac{m_2^3 (\sin i)^3}{(m_1 + m_2)} = \frac{T}{2\pi G} V_{1\max}^3$$

quindi si riesce a misurare solo quella combinazione di masse e inclinazione.

Una semplificazione notevole si ha per $m_2 \ll m_1$, per cui si ottiene:

$$m_2 \sin i \cong \sqrt[3]{\frac{T}{2\pi G} V_{1\max} m_1^{2/3}}$$

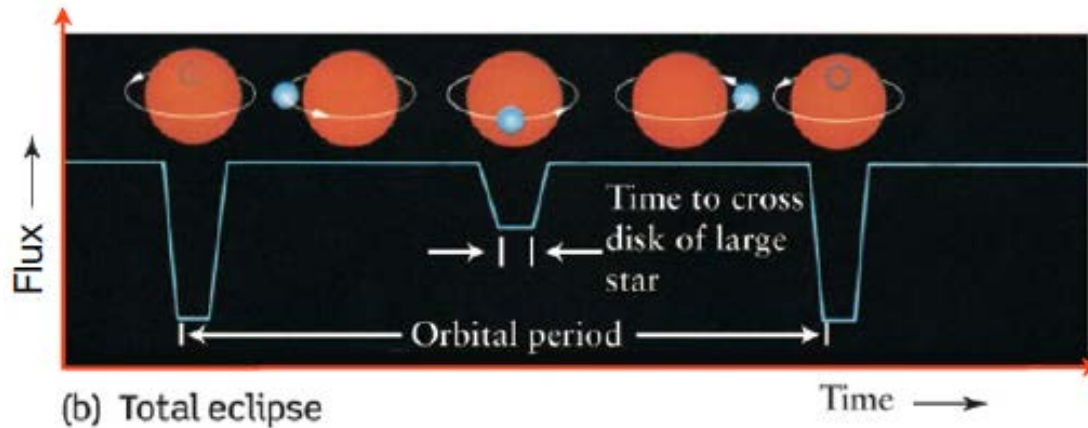
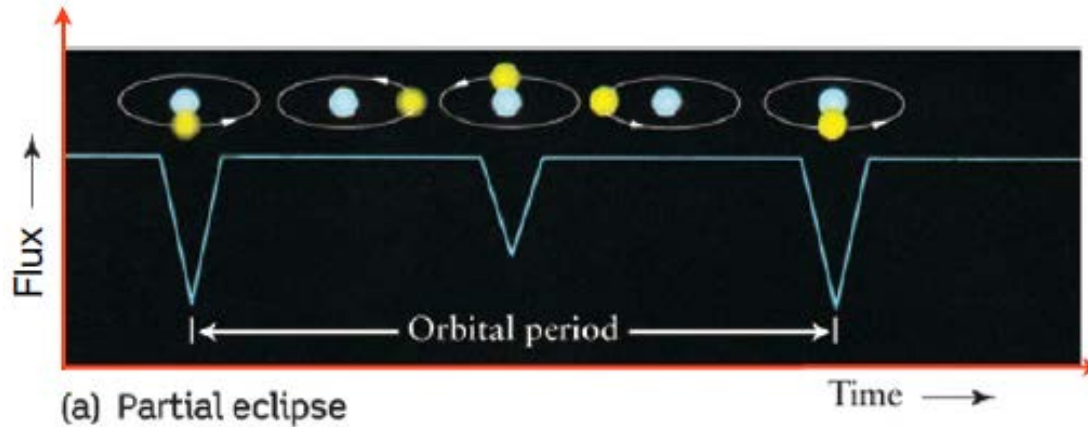
questo caso semplificato si applica con ottima approssimazione al caso dei **planeti extrasolari (*exoplanets*)** uno dei campi di ricerca più in voga al momento.

In pratica per gli exoplanets si rivela la presenza del pianeta di massa m_2 a seguito delle oscillazioni della stella di massa m_1 attorno al comune centro di massa.

Si noti come per determinare m_2 si deve conoscere m_1 , ad esempio conoscendo il tipo spettrale della stella.

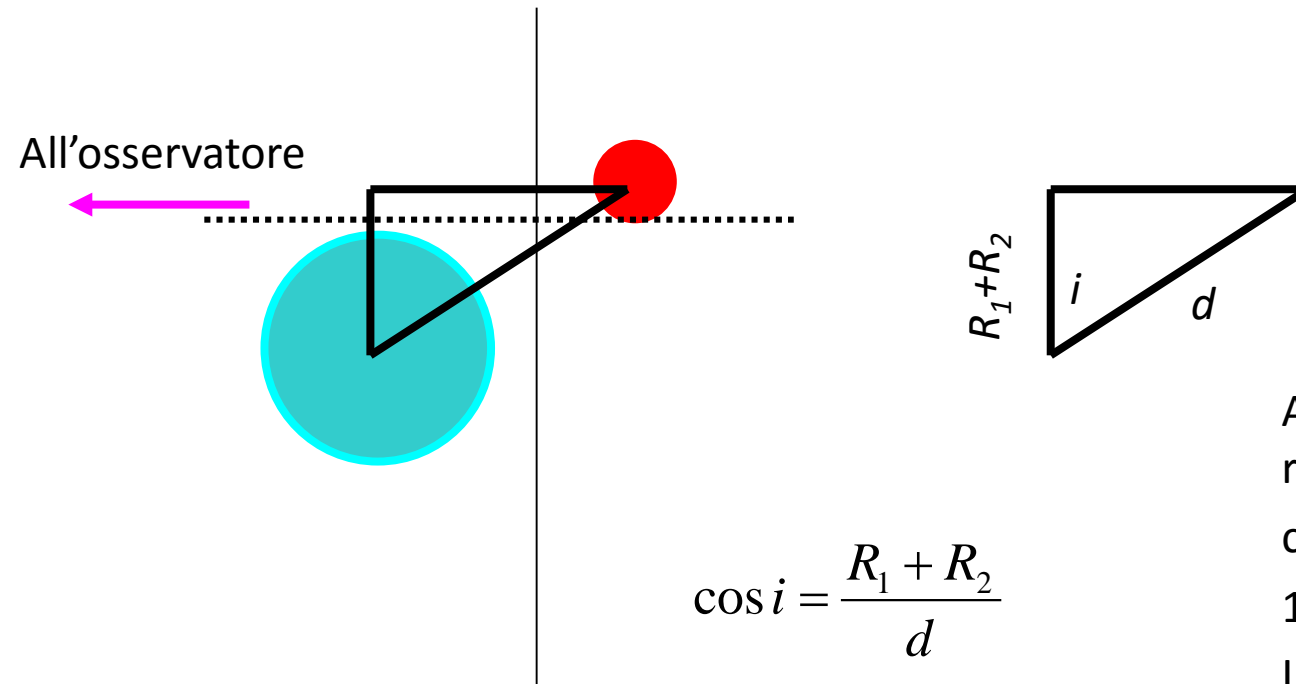
Classificazione delle stelle binarie

Binarie a eclisse: stelle non risolte ma piano dell'orbita è sufficientemente inclinato rispetto alla linea di vista che una stella, periodicamente, eclissa l'altra. Dalla *curva di luce* (F in funzione di t) si osservano minimi del flusso in corrispondenza delle eclissi. In ogni periodo ci sono due minimi, ed il periodo è la distanza tra due minimi dovuti alla stessa stella.



Binarie a eclisse

- Una buona stima dell'inclinazione i può essere ottenuta. Sia d la distanza di separazione.



$$\cos i = \frac{R_1 + R_2}{d}$$

Se $d \gg R_1+R_2$ (come è solitamente) allora $i \sim 90^\circ$

Assumere $i=90^\circ$ quando $i=75^\circ$
risulta $\sin^3(75)=0.9$

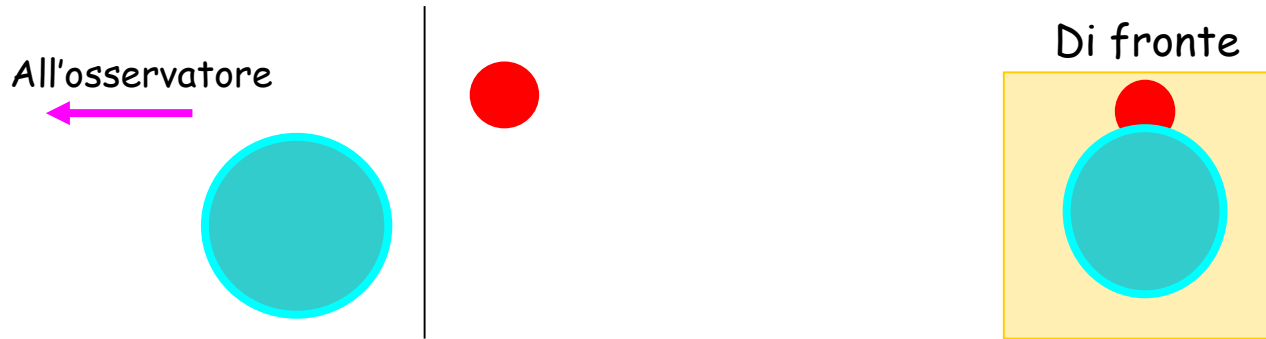
$\cos(75)=0,259$

$1/\cos(75) \approx 3,9$

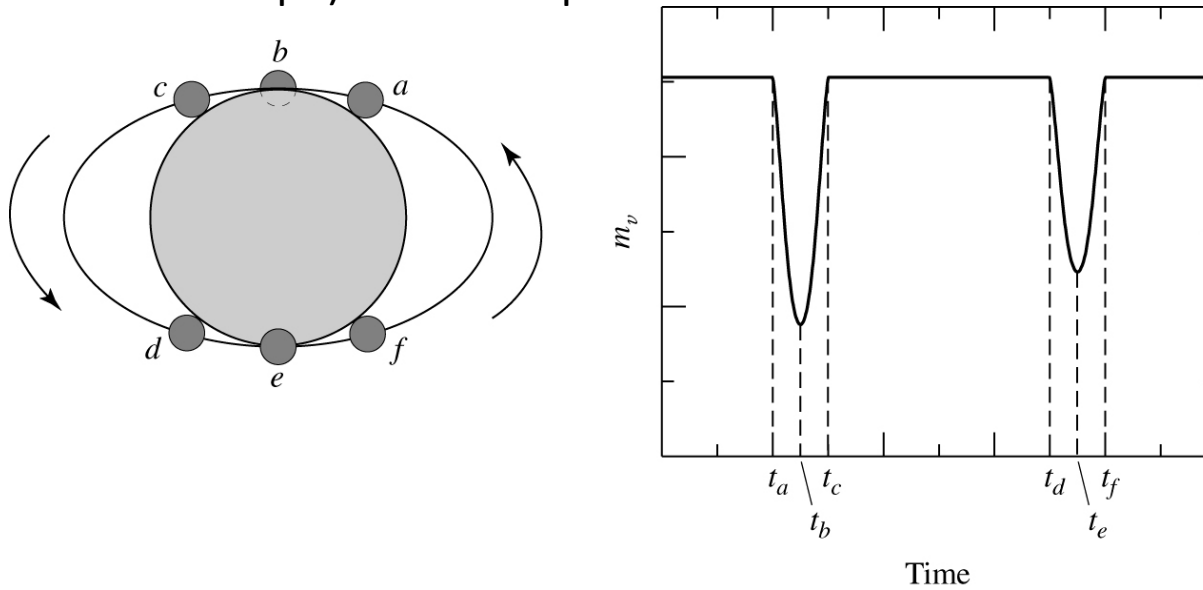
L'errore sulle masse è soltanto
del 10% se $d > 3.9(R_1+R_2)$

Binarie a eclisse

- Nel sistema appena descritto, l'eclissi avviene appena:

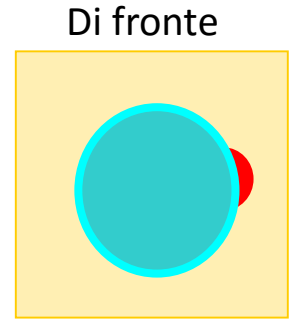
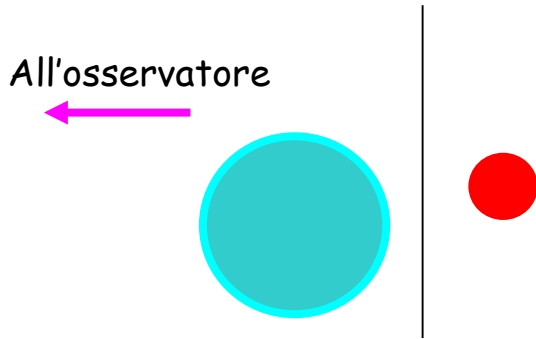


Quindi la quantità di luce bloccata non è costante, e la curva di luce (luminosità totale come funzione del tempo) è simile a questa:

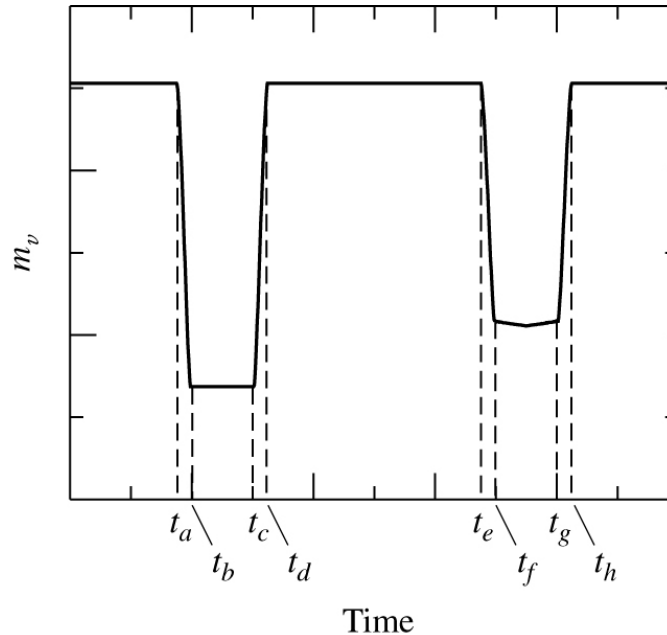
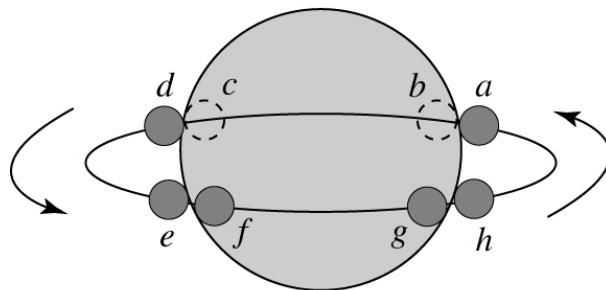


Binarie a eclisse

- Tuttavia, nel caso di eclisse totale della stella più piccola è completamente oscurata. In questo caso è ancora più probabile che l'inclinazione è vicino a 90 gradi

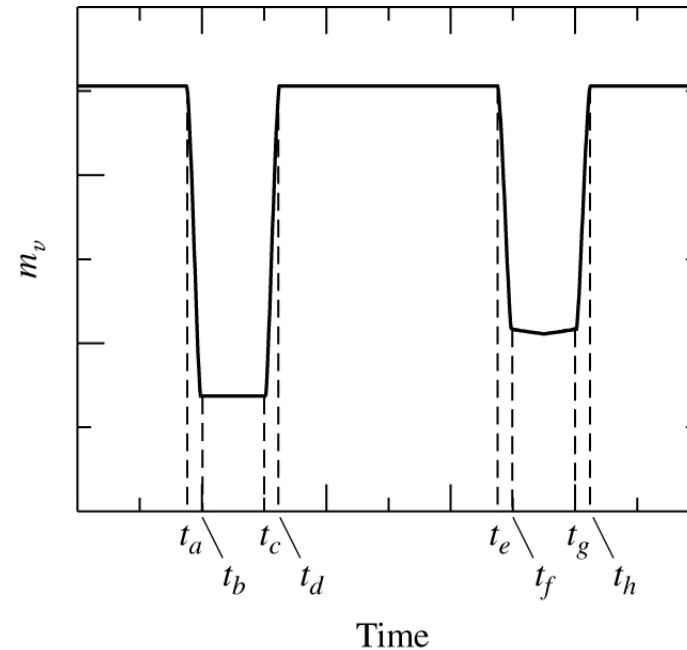
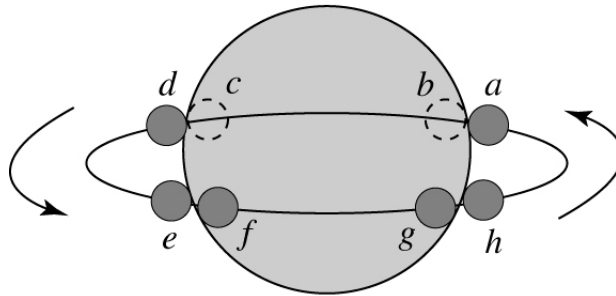


La curva di luce mostra minimi costanti



Binarie a eclisse

- Nel caso di una eclisse totale possiamo anche misurare i **raggi** delle stelle, e il **rapporto delle loro temperature efficaci**



Se assumiamo $i \sim 90^\circ$ e orbite circolari che sono grandi rispetto al raggio stellare, allora il raggio della stella più piccola è:

$$r_s = \frac{v}{2}(t_b - t_a)$$

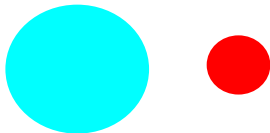
e per la stella più grande

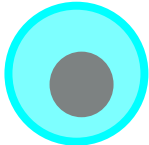
$$r_l = \frac{v}{2}(t_c - t_a)$$

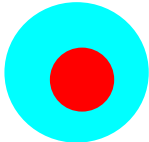
v è la velocità relativa tra le due stelle

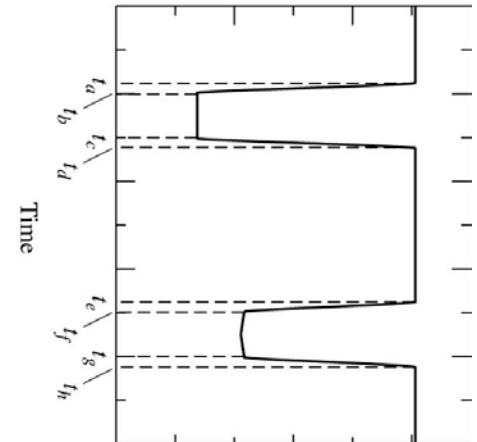
Binarie a eclisse

Rapporto delle temperature efficaci

(0)  $L_{total} \propto \pi R_s^2 T_s^4 + \pi R_l^2 T_l^4$

(1)  $L_1 \propto \pi R_l^2 T_l^4$

(2)  $L_2 \propto \pi (R_l^2 - R_s^2) T_l^4 + \pi R_s^2 T_s^4$



$$\frac{L_{total} - L_1}{L_{total} - L_2} = \frac{\pi R_s^2 T_s^4}{\pi R_s^2 T_l^4} = \left(\frac{T_s}{T_l} \right)^4$$

Si noti che (1) sarà il minimo più profondo se $T_s > T_l$.
(Spesso il caso, poiché la più brillante, più grandi stelle sono le supergiganti fredde)

In alternativa (2) sarà il minimo più profondo se $T_l > T_s$

Esempio:

Binaria spettroscopica (double line) e fotometrica:

T=8.6 anni

$\Delta\lambda_{max}=0.72 \text{ \AA}$ per la più piccola e $\Delta\lambda_{max}=0.068 \text{ \AA}$ per la più grande
curva di velocità sinusoidale

$t_b-t_a=11.7$ ore; $t_c-t_a=164$ giorni

$$R_{grande} = 369 R_{\oplus}$$

$$R_{piccola} = 1.1 R_{\oplus}$$

$$\frac{M_{grande}}{M_{piccola}} = \frac{V_{obs,piccola}}{V_{obs,grande}} = \frac{0.72}{0.068} = 10.6$$

$i \cong 90^\circ$

$$V_{obs,piccola}^{max} = \frac{\Delta\lambda_{piccola}}{\lambda} c = 3.3 \times 10^6 \text{ cm s}^{-1}$$

$$a_{piccola} = \frac{V_{obs,piccola}^{max} T}{2\pi} = 1.42 \times 10^{14} \text{ cm} = 9.5 \text{ u.a.}$$

$$a_{grande} = 0.90 \text{ u.a.}$$

$$a = a_{piccola} + a_{grande} = 10.4 \text{ u.a.}$$

$$M_{grande} + M_{piccola} = \frac{a^3}{T} = 15.2 M_{\oplus}$$

$$M_{grande} = 13.9 M_{\oplus} \quad M_{piccola} = 1.3 M_{\oplus}$$

Riepilogo stelle doppie

Tipo	parametri derivabili	osservazioni
visuali periodo	luminosità Somma delle masse elementi orbitali	parallasse e magnitudini app. parallasse, separazione, “
Spettroscopiche	masse individuali Funzione di massa alcuni dati orbitali rapporto delle masse	“ + posizioni assolute curva di velocità singola “ curva di velocità doppia

A Eclisse

Raggi, masse, elementi orb. Curva di luce

Secondo Heinz (1969) su 100 oggetti stellari galattici:

30 singole 30

47 binarie 94

23 multiple 81

TOTALE 205

l'85% delle stelle appartiene a sistemi multipli

Correlazione massa luminosità

Popper, 1980, NATO School Maratea

Da circa 150 stelle binarie con distanza d nota:

$$L \propto M^4 \quad \text{per } 0.4 \leq \frac{M}{M_{\oplus}} < 10$$

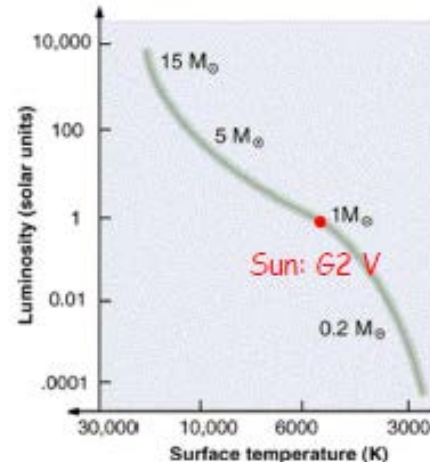
In questo campione:

La stella con massa più piccola è UV Ceti $\sim 0.11 M_{\odot}$

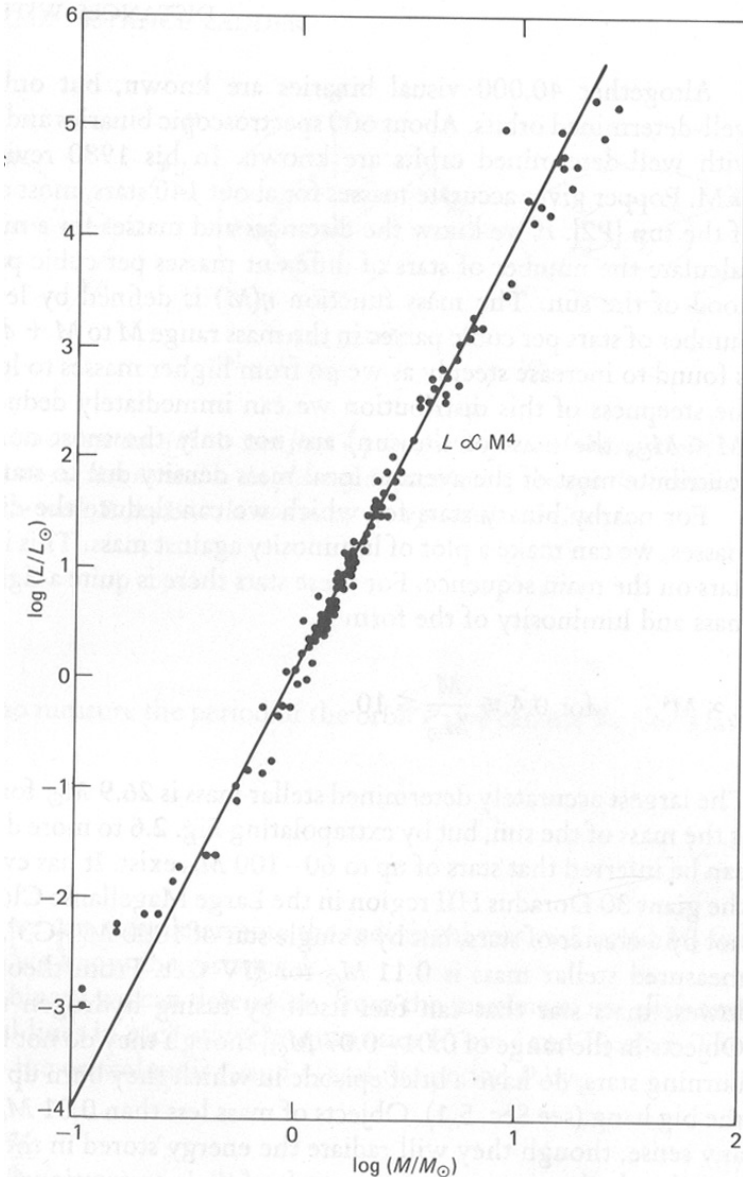
Quella più massiccia è V382 Cygni con $26.9 M_{\odot}$

Chiara correlazione tra massa e tipo spettrale

Tipo spettrale	M/M_{\odot}
O5	40
B5	7.1
A5	2.2
F5	1.4
G5	0.9
K5	0.7
M5	0.1



Mmin: $\sim 0.07 M_{\odot}$ Mmax: $\sim 60 M_{\odot}$
range relativamente limitato



Esopianeti

Uno degli scopi più importanti per la ricerca e lo studio degli **esopianeti** è trovare un pianeta roccioso come la Terra posto nella fascia abitabile attorno ad una stella (la regione in cui H₂O può esistere allo stato liquido).

Successivamente, si dovrebbe ottenere lo spettro dell'atmosfera del pianeta e rivelare acqua e ossigeno (quest'ultimo segno della presenza di alghe e/o piante) o anche sostanze prodotte da attività di tipo "industriale".

Supponiamo di voler rivelare un pianeta «*tipo Giove*» alla distanza $r_2 = 1\text{U.A.} = 1,5 \times 10^{11}$ m attorno ad una stella «*tipo Sole*».

Dalla III legge di Keplero:

$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{(r_1 + r_2)^3} \cong \frac{Gm_1}{r_2^3}$$

Se $r_2 = 1\text{U.A.} = 1,5 \times 10^{11}$ m e $m_1 = M_\odot = 1,99 \times 10^{30}$ kg allora il periodo di rivoluzione del pianeta è $T = 1 \text{ a} = 3,16 \times 10^7$ s. Questo risultato combinato con:

$$m_2 \sin i \cong \sqrt[3]{\frac{T}{2\pi G}} V_{1\text{max}} m_1^{2/3}$$

porta al risultato:

$$V_{1\max} \cong m_2 m_1^{-2/3} \sin i \sqrt[3]{\frac{2\pi G}{T}}$$

Per $m_2 = m_{\text{Giove}} \approx 10^{-3} M_{\odot}$ si ha: $V_{1\max} = 31\text{m/s}$.

Pertanto può scriversi la seguente relazione:

$$V_{1\max} = 31\text{ms}^{-1} \left(\frac{m_2}{10^{-3} M_{\odot}} \right) \left(\frac{m_1}{M_{\odot}} \right)^{-2/3} \left(\frac{T}{1a} \right)^{-1/3}$$

Se volessimo rivelare una Terra attorno ad un Sole, basta ricordare che $M_{\oplus} \approx 3 \times 10^{-6} M_{\odot}$ quindi si avrebbe: $V_{1\max} = 9,3\text{cm/s}$

Spettrografi “normali” ad alta risoluzione arrivano ad accuratezze dell’ordine di $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-6}$,
Ricordando che:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta v}{c}$$

si ha che $\Delta V \approx 300 \text{ m/s}$ ben superiori alle velocità massime di oscillazione della stella attorno al CM.

Esistono però strumenti ottimizzati per avere un'alta risoluzione spettrale unita ad un'alta stabilità per cui si possono raggiungere accuratezze dell'ordine di

$$\Delta v \approx 1 \text{ ms}^{-1}$$

uno strumento di questo tipo è **HARPS** montato al telescopio da 3.6m dell'ESO (La Silla).

Con queste accuratezze si possono rivelare facilmente pianeti tipo Giove a piccole distanze da una stella ma siamo ben lontani dal rivelare "Terre" in fasce abitabili.

Quest'ultimo è proprio uno degli scopi per la costruzione di **European Extremely Large Telescope** (ELT) progettato per essere il [telescopio ottico](#) di prossima generazione dello [European Southern Observatory](#), con un diametro dello [specchio primario](#) di 39 metri. Il progetto del sistema ottico a 5 specchi stima in circa 800 milioni di € il costo di realizzazione, mentre il completamento è previsto per il 2017.

La [lista dei pianeti extrasolari](#) confermati ufficialmente è aggiornata al 6 febbraio 2016 è di 2062 pianeti scoperti.

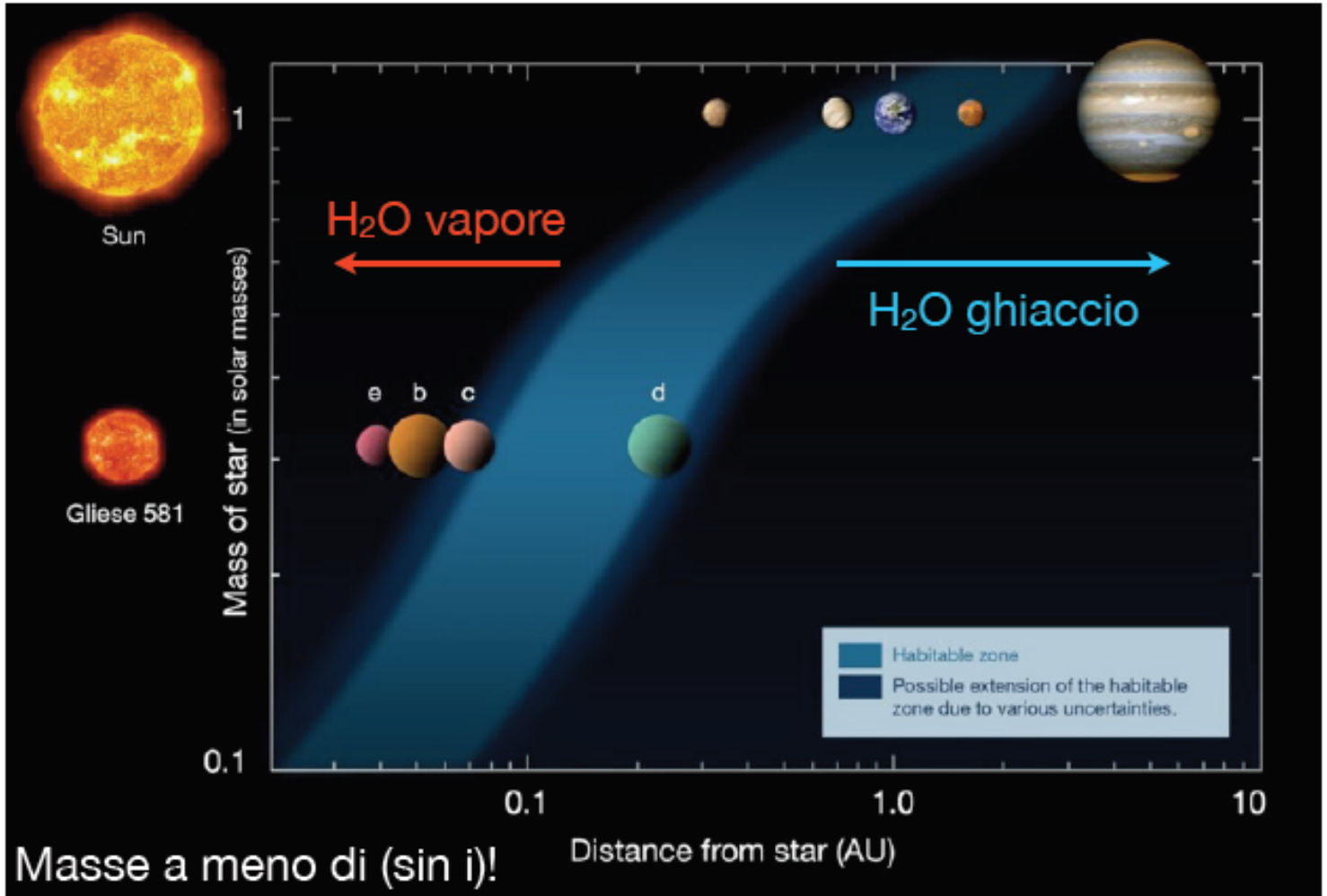
Gliese 581

M3V (3450K)

$d = 6.3 \text{ pc}$

$M_1 = 0.3 M_{\odot}$

$L = 0.013 L_{\odot}$



Pianeta e

$P = 3.15 \text{ d}$

$M_2 = 1.9 M_{\oplus}$

Pianeta b

$P = 5.36 \text{ d}$

$M_2 = 16 M_{\oplus}$

Pianeta c

$P = 12.9 \text{ d}$

$M_2 = 5 M_{\oplus}$

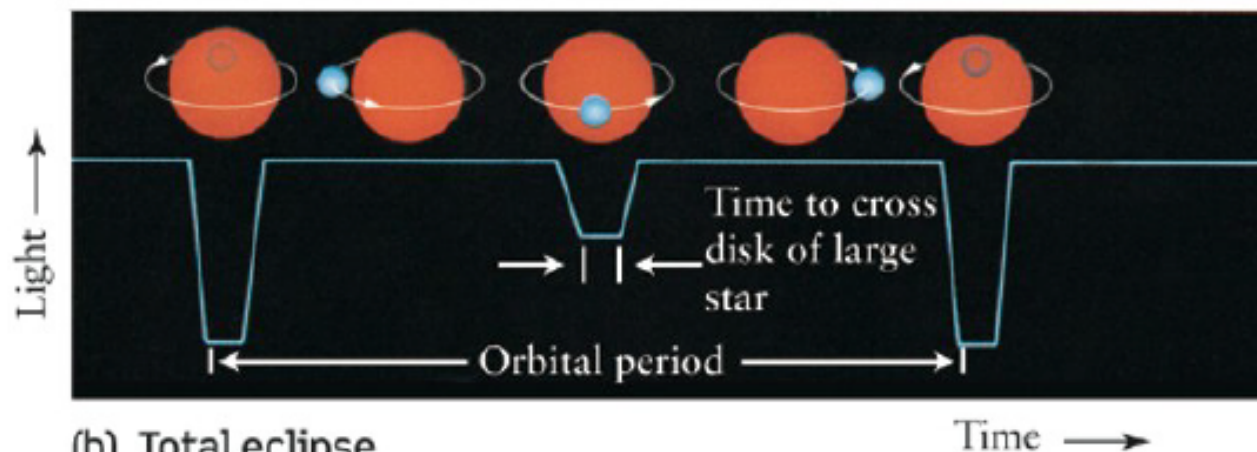
Pianeta d

$P = 66.8 \text{ d}$

$M_2 = 7 M_{\oplus}$

Nella fascia abitabile (H₂O liquida) ma troppo massiccio per essere roccioso (in base ai modelli di formazione pianeti); gassoso, forse ricoperto da grandi oceani di H₂O

Stella CoRot-7
G9V ($T \sim 5400$ K)
 $d \sim 150$ pc
 $L \sim 0.4 L_{\odot}$
 $M_1 \sim 0.2 M_{\odot}$



Pianeta CoRot-7b
 $M_2 \sim 4.8 M_{\oplus}$
 $r_2 \sim 0.017$ AU

(b) Total eclipse

Provoca diminuzione del flusso della stella di $\sim 1/3000$ durante il passaggio davanti alla stella (misurata col satellite Corot) da cui si deduce

$R \sim 1.8 R_{\oplus}$

$\rho \sim 0.8 \rho_{\oplus} \sim 4.5 \text{ g cm}^{-3}$

pianeta roccioso!

Analogo al transito di Venere sul Sole.



Riferimenti

M. Capaccioli **Lezioni di Astrofisica** Università Federico II -Napoli

V. Castellani **Astrofisica Stellare** Zanichelli - Bologna

A. Bersanelli **Lezioni di Astronomia** Università di Milano

A. Marconi **Lezioni di Astrofisica** Università di Firenze

G. Giuliani e I. Bonizzoni **Lineamenti di Elettromagnetismo** – La Goliardica Pavese

F. Selleri **Lezioni di Istituzioni di fisica teorica** Università di Bari