Scuola di Storia della Fisica

“Sulla Storia dell’Astronomia: il Novecento. Gli strumenti, le scoperte, le teorie.”

Asiago 22-26 Febbraio 2016

GLOSSARIO : Indici di colore

Biagio Buonaura GdSF & Liceo Scientifico Statale «Albertini» Nola (Na)

A Bruno CACCIN (1944 – 2004)

Professore di Astronomia

Un concetto molto importante è quello degli indici di colore e/o del colore di una stella. Se prendiamo lo spettro continuo di una stella e calcoliamo le magnitudini assolute o apparenti in due diversi filtri ad esempio V (visibile) e B(blu), possiamo calcolare la loro differenza che rappresenta appunto il colore (ad es. B-V). Attraverso la legge di Planck si può dimostrare che il colore di una stella è una funzione della temperatura. È quindi ovvio come conoscere il colore di una stella significa riuscire ad avere una stima anche della sua temperatura.

Si definisce ***Indice di Colore*** o **Colore** la quantità

$$\boxed{\mathrm{c}_{\mathrm{i,j}} = \mathrm{M}_{\mathrm{i}} - \mathrm{M}_{\mathrm{j}} = m_i - m_j = -2.5\mathrm{Log}(\mathrm{F}_{\mathrm{i}}/\mathrm{F}_{\mathrm{j}})}$$

ovvero la differenza fra le magnitudini apparenti o assolute calcolate nelle due bande "fotometriche''. Il colore è **indipendente** dalla distanza. Questa proprietà dei colori è molto importante in quanto ci consente di utilizzare indifferentemente magnitudini assolute o apparenti e quindi i colori delle stelle possono essere immediatamente confrontati fra loro.

Ricordando che l'emissione di corpo nero è isotropa e che ,il flusso emergente dalla superficie di una stella ,considerata come un corpo nero, è dato da:

$$\boxed{\mathfrak{F}_\nu = F^+_{\nu,\mathbf{n}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_\nu\left(\cos\theta\right)\cos\theta\sin\theta d\theta = \pi I_\nu = \pi B_\nu}$$

e calcolando i flussi con la formula di Planck nelle bande di frequenze efficaci ν_i e ν_j si ottiene per l'indice di colore:

$$\boxed{\mathscr{F}_i = \frac{2\pi h \nu_i^{\,3}}{c^2\left(e^{\frac{h\nu_i}{kT}} - 1\right)} \; ; \; \mathscr{F}_j = \frac{2\pi h \nu_j^{\,3}}{c^2\left(e^{\frac{h\nu_j}{kT}} - 1\right)}}$$

$$\boxed{\mathrm{c_{i,j}} = \mathrm{M_i} - \mathrm{M_j} = m_i - m_j = -2.5\mathrm{Log}(\mathscr{F}_\mathrm{i} / \mathscr{F}_\mathrm{j})}$$

cioè:

$$\boxed{\mathrm{c_{i,j}} = \mathrm{M_i} - \mathrm{M_j} = m_i - m_j = -2.5\mathrm{Log}\left[\left(\frac{\nu_i}{\nu_j}\right)^3 \frac{e^{\frac{h\nu_j}{k_B T}} - 1}{e^{\frac{h\nu_i}{k_B T}} - 1}\right]}$$

Nell'approssimazione di Wien ($h\nu >> kT$) (come avviene nel visibile e nel blu) abbiamo:

$$\boxed{c_{i,j} = M_i - M_j = m_i - m_j \cong -2.5\mathrm{Log}\left[\left(\frac{\nu_i}{\nu_j}\right)^3 e^{\frac{h(\nu_j - \nu_i)}{k_B T}}\right]}$$

cioè:

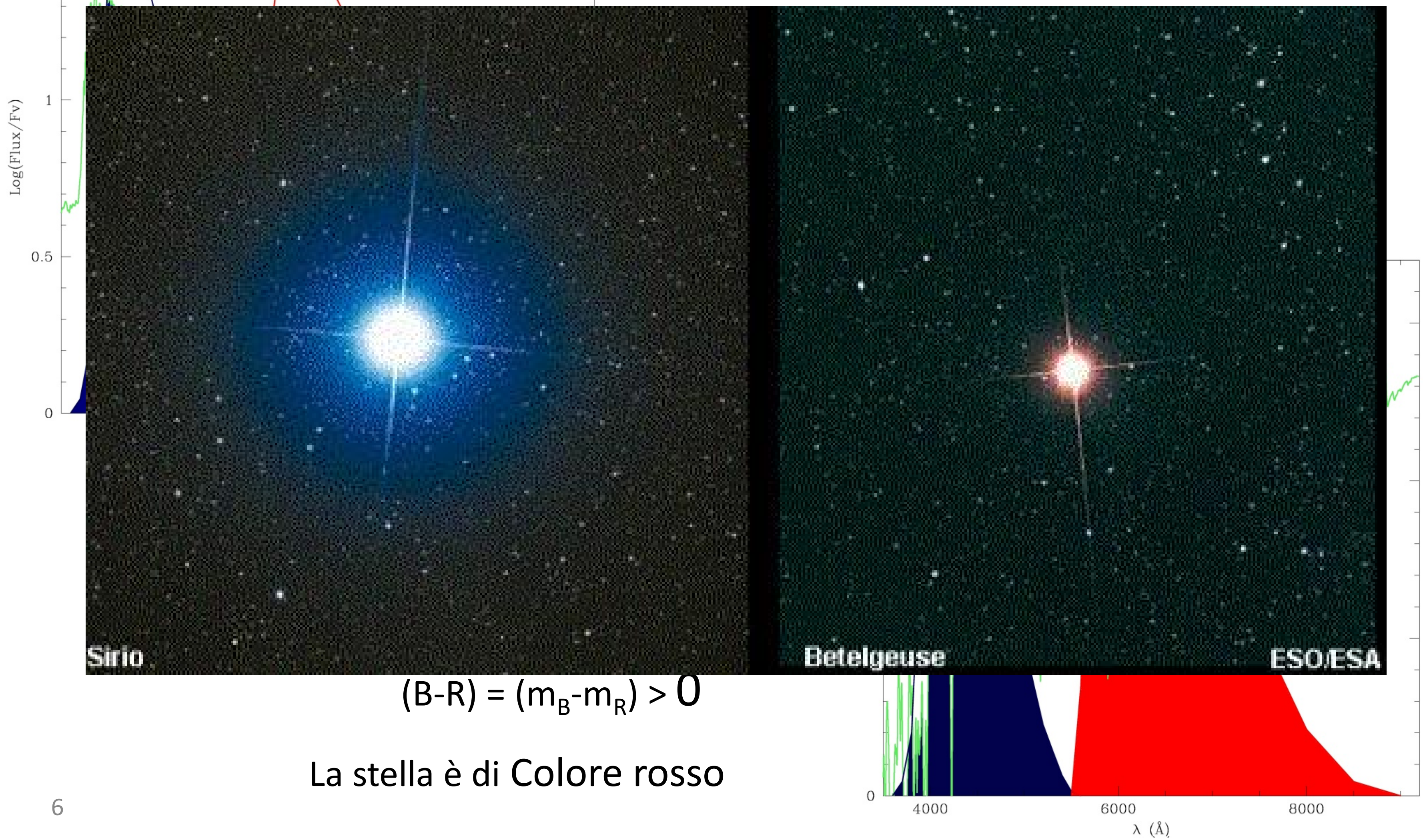
$$c_{i,j} = M_i - M_j = m_i - m_j = -A(\nu_i, \nu_j) + \frac{B}{T}(\nu_i - \nu_j)$$

$$A(\nu_i, \nu_j) = 7.5Log\left(\frac{\nu_i}{\nu_j}\right) \quad ; \quad B = \frac{h}{k_B} Loge$$

L' Indice di Colore dipende <u>dall'inverso della temperatura</u> della stella.

a) Se , $\nu_i > \nu_j$, allora se T è **più alta** si ha c_{ij} è **più negativo** quindi $m_i < m_j$ (stella colore '**blu**').
b) Se , $\nu_i > \nu_j$, allora se T è **più bassa** si ha c_{ij} è **meno negativo** quindi $m_i > m_j$ (stella colore '**rosso**').

$f_B > f_R \Rightarrow m_B < m_R$

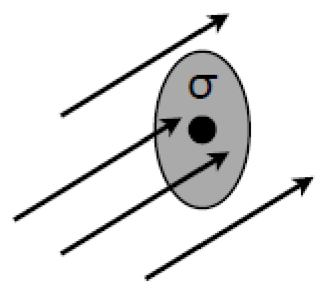


$(B-R) = (m_B - m_R) > 0$

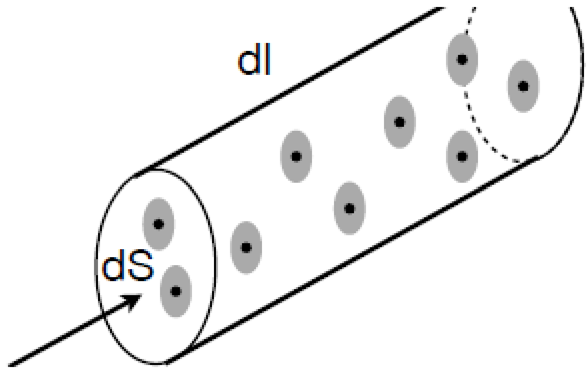
La stella è di Colore rosso

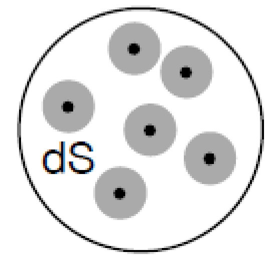
Il motivo per il quale le stelle possono essere paragonati a corpi neri è il piccolissimo cammino libero medio di un fotone all'interno delle stelle, e quindi la piccola probabilità che ha un fotone di ' uscire ' dalla stella. E' proprio questa circostanza a rendere la stella simile alla cavità con un forellino di Kirchhoff. E' proprio questa circostanza a stabilire equilibrio termodinamico quasi perfetto tra materia e radiazione.

L'interazione tra un fotone ed una particella (atomo, ione, elettrone) si può parametrizzare tramite la sezione d'urto σ*,* parametro legato alla probabilità dell'interazione (la sezione d'urto è dimensionalmente una superficie) se il fotone incide sulla superficie *virtuale* σ posta alla posizione della particella si ha l'interazione (diffusione e/o assorbimento).



Si consideri un elemento di volume cilindrico attorno alla direzione di propagazione di un fotone.





Visto dal fotone

La <u>probabilità di interazione</u> d$\wp$ è data dal <u>rapporto</u> tra l’area “coperta” dalla sezione d’urto delle particelle e la superficie del volumetto su cui incide il fotone.

$$\boxed{d\wp = \frac{\sigma dN}{dS} = \frac{\sigma n dl dS}{dS} = \sigma n dl}$$

Con dN $\equiv$ numero di particelle nel volumetto ed n $\equiv$ densità delle particelle.
Il cammino libero medio è la distanza tipica che la particella percorre prima di interagire, cioè la distanza tipica sulla quale la probabilità d’interazione è 1. Per cui il libero cammino medio l è dato da:

$$\boxed{l = \frac{1}{n\sigma}}$$

Se ricordiamo che la densità di materia ρ =nm, dove m è la massa media delle particelle, allora l si scrive:

$$\boxed{l = \frac{1}{\rho k}}$$

Dove k è l'**opacità radiativa** per unità di massa del materiale stellare:

$$\boxed{k = \frac{\sigma}{m}}$$

Il meccanismo più semplice di opacità è la diffusione della luce da parte di elettroni liberi (scattering Thomson) caratterizzata da:

$$\boxed{\sigma_T = \frac{8\pi}{3}\frac{e^4}{m_e^2 c^4} = 6.7\times 10^{-25}\, cm^{-2}}$$

Nell'interno delle stelle il gas è completamente ionizzato, è costituito praticamente quasi di solo H, l'interazione avviene con i soli elettroni per cui:

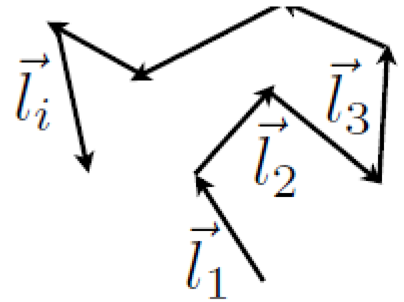
$$\boxed{n_e \cong n_H = \frac{\rho}{m_H} \quad ; \quad \rho \cong \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}}$$

con: M ≡ massa della stella
R ≡ raggio delle stella
m_H = 1,67x 10^{-27} kg

Nel caso del Sole: $M = 2x10^{30}$ kg ; $R = 7x10^{8}$ m $\Rightarrow \rho \approx 1{,}4x10^{3}$ kg/m^{3} , quindi:

$$\boxed{l \cong \frac{m_H}{\rho\sigma_T} \cong 2cm}$$

Si è usata la densità media del Sole, ma se si usano valori di densità più alti, il cammino libero medio è ancora più piccolo.
I fotoni percorrono un cammino casuale (cammino dell'ubriaco).



Lo spostamento vettoriale totale è:

$$\boxed{\mathbf{D} = \mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2 + \ldots\ldots + \mathbf{l}_N}$$

La distanza totale percorsa è il modulo dello spostamento vettoriale totale:

$$\boxed{|\mathbf{D}| = \sqrt{|\mathbf{l}_1|^2 + |\mathbf{l}_2|^2 + \ldots\ldots + |\mathbf{l}_N|^2 + 2\left(|\mathbf{l}_1|\cdot|\mathbf{l}_2| + |\mathbf{l}_1|\cdot|\mathbf{l}_3| + \ldots\ldots + |\mathbf{l}_{N-1}|\cdot|\mathbf{l}_N|\right)}}$$

Tuttavia, poiché i singoli spostamenti sono casuali risulta:

$$\boxed{\left|\mathbf{l}_1\right| \cdot \left|\mathbf{l}_2\right| + \left|\mathbf{l}_1\right| \cdot \left|\mathbf{l}_3\right| + \ldots\ldots + \left|\mathbf{l}_{N-1}\right| \cdot \left|\mathbf{l}_N\right| = 0}$$

pertanto:

$$\boxed{\left|\mathbf{D}\right| = \sqrt{\left|\mathbf{l}_1\right|^2 + \left|\mathbf{l}_2\right|^2 + \ldots\ldots + \left|\mathbf{l}_N\right|^2} \cong \sqrt{N}\, l}$$

Un fotone, prodotto nelle zone centrali di una stella, prima di uscire definitivamente dalla stella, subisce un numero N d'interazioni pari a:

$$\boxed{N \cong \frac{R^2}{l^2}}$$

<u>Nel caso del Sole</u>:

$$\boxed{N_{\odot} \cong 1.2 \times 10^{21}}$$

Pertanto prima di uscire dalla stella impiega un tempo τ pari a:

$$\boxed{\tau = \frac{Nl}{c} = \frac{R^2}{lc}}$$

<u>Nel caso del Sole</u>:

$$\boxed{\tau_{\odot} = 8 \times 10^{11} s = 25000 anni}$$

Riferimenti

M. Capaccioli **Lezioni di Astrofisica** Università Federico II -Napoli

V. Castellani **Astrofisica Stellare** Zanichelli - Bologna

A. Bersanelli **Lezioni di Astronomia** Università di Milano

A. Marconi **Lezioni di Astrofisica** Università di Firenze

G. Giuliani e I. Bonizzoni **Lineamenti di Elettromagnetismo** – La Goliardica Pavese

F. Selleri **Lezioni di Istituzioni di fisica teorica** Università di Bari