

# Scuola di Storia della Fisica

**“Sulla Storia dell’Astronomia: il Novecento.  
Gli strumenti, le scoperte, le teorie.”**

**Asiago 22-26 Febbraio 2016**

**GLOSSARIO: Radiazione elettromagnetica -Spettro**

Biagio Buonaura GdSF & Liceo Scientifico Statale «Albertini» Nola (Na)

A Bruno CACCIN (1944 – 2004)

Professore di Astronomia

## Radiazione Elettromagnetica : Potere Risolutivo

Sappiamo che la maggior parte delle informazioni che riceviamo dalle sorgenti celesti sono trasportate mediante onde elettromagnetiche che sono le soluzioni delle **equazioni di Maxwell**, le equazioni fondamentali del campo elettromagnetico generato dalla presenza e dal moto di cariche elettriche.

### Equazioni di Maxwell (nel vuoto)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \vec{J} = 0 \quad \rho = 0$$

$$\begin{array}{ll} \nabla \cdot \vec{E} = 0 & \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}$$

Permeabilità magnetica del vuoto

Permittività elettrica del vuoto

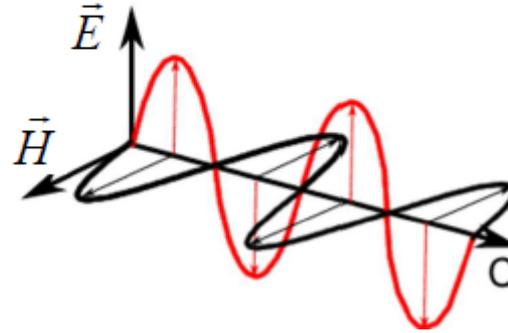
Equazione delle onde

Un campo elettrico che varia sinusoidalmente produce un campo magnetico che a sua volta varia sinusoidalmente, e così via...

## Equazione delle onde

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$



Nel vuoto tutte le onde di qualunque lunghezza d'onda sono possibili;  
La velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto è:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

*“This velocity is so nearly that of light, that it seems we have strong reason to conclude that light itself [...] is an electromagnetic disturbance in the form of waves propagated through the electromagnetic field according to electromagnetic laws.”*

*J.C. Maxwell, 1865*

Una generica soluzione delle equazioni di Maxwell è sovrapposizione di funzioni del tipo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t) \quad ; \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\hat{\mathbf{k}}}{c} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$
$$\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{k} \quad ; \quad \hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k} \quad (\text{versore direzione di propagazione})$$

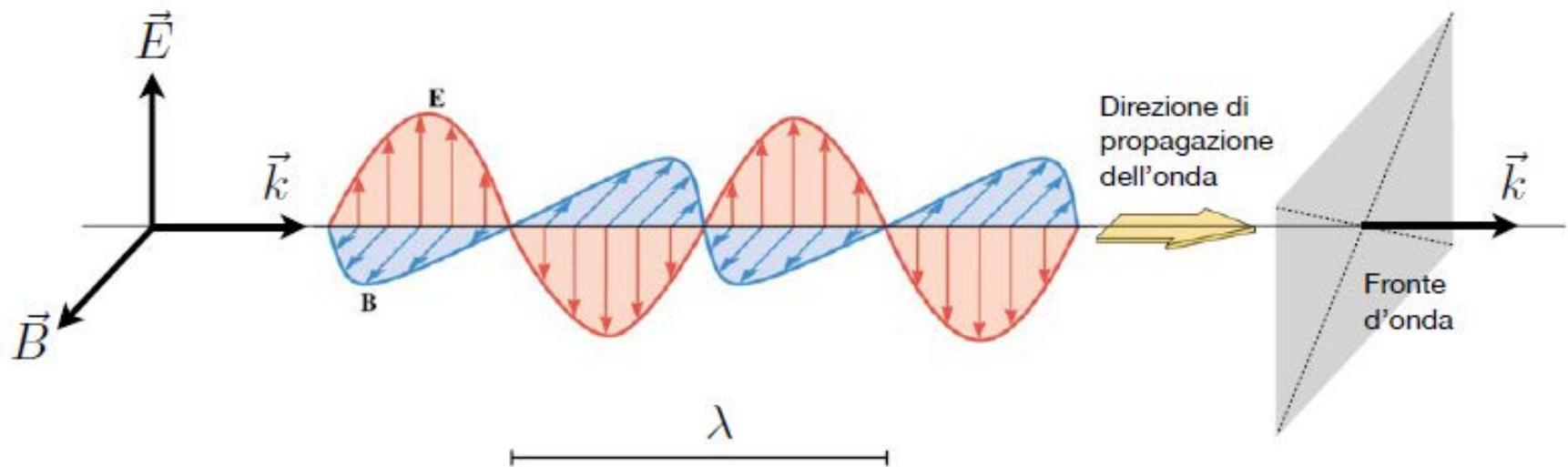
dove  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  rappresenta il campo elettrico ed  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  rappresenta il campo magnetico che eseguono oscillazioni periodiche nello spazio, con periodo spaziale  $\lambda = 2\pi/k$ , e periodiche nel tempo, con periodo temporale  $T = 2\pi/\nu$ , che si propagano con velocità  $c = \lambda\nu = 3 \cdot 10^8$  m/s.  $\mathbf{k}$  è il vettore d'onda.

Il fronte d'onda è il luogo dei punti contigui nello spazio che si trovano nelle stesse condizioni di oscillazione. Per il caso in esame è definito da:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} = \text{costante}$$

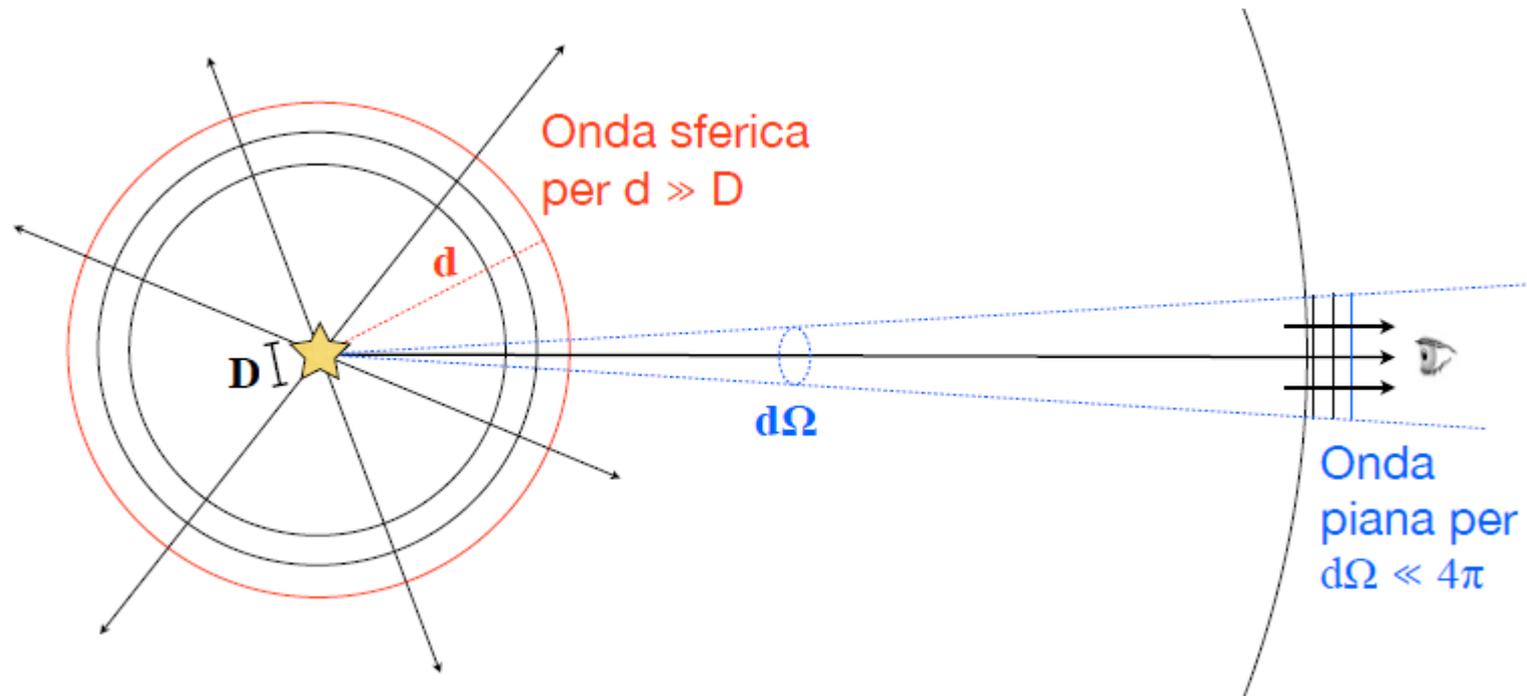
ovvero l'equazione di un piano, da cui il nome di *onda piana*.

# Onda elettromagnetica piana





Se l'area investita dalla radiazione è  $d\Omega \ll 4\pi$  allora il fronte d'onda sferico si può approssimare col suo piano tangente.



dove  $d\Omega = A/d^2$  è l'angolo solido sotto il quale è vista, dalla sorgente, la superficie  $A$  di raccolta della radiazione.

Al campo elettromagnetico è associata un'energia per unità di volume data da:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E^2 + \frac{1}{2} \frac{c}{\mu_0} B^2$$

la propagazione di **E** e **B** nello spazio è propagazione di energia.

Il comportamento ondulatorio della radiazione e.m. è ampiamente verificato dai fenomeni di interferenza e diffrazione a cui dà luogo.

Alla fine dell'800, inizio '900 Max Planck e Albert Einstein intuirono che la radiazione e.m. ha anche un comportamento corpuscolare

L'energia trasportata dalla radiazione e.m. non è continua ma è costituita da pacchetti (quanti) detti fotoni. Un fotone si comporta come particella di massa  $m = 0$ , e velocità  $c$ , con energia:

$$E = h\nu \quad h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

ed impulso:

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} = \frac{h\nu}{c} \hat{\mathbf{k}} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

In generale un'onda e.m. è data dalla sovrapposizione di onde con frequenze (o lunghezze d'onda) diverse.

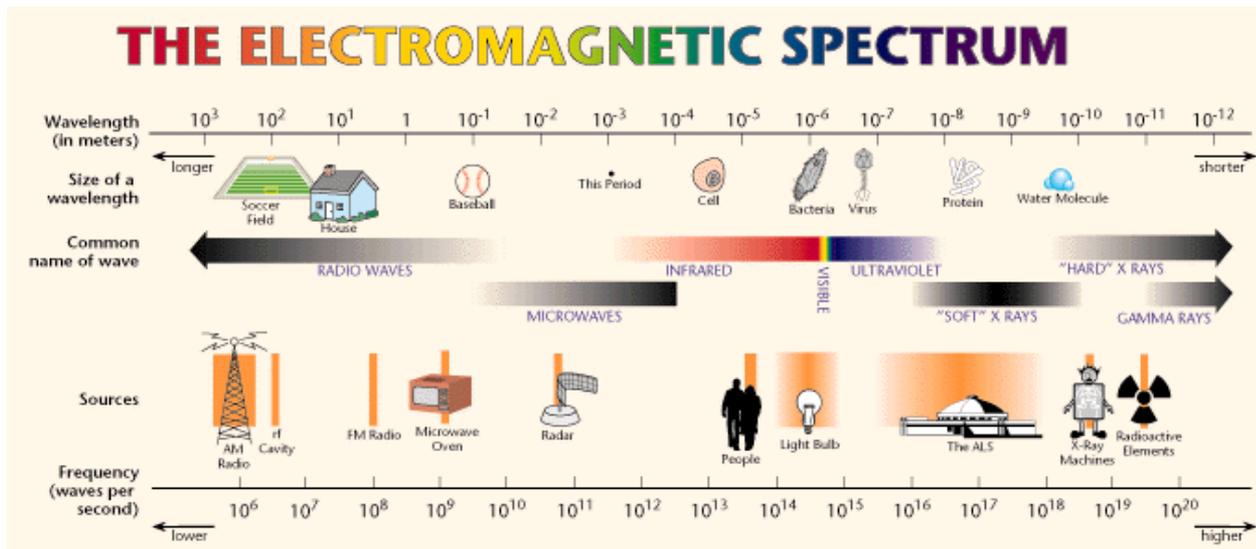
A seconda del processo di emissione varia l'energia associata a ciascuna frequenza, definendo lo **spettro della radiazione**  $\varepsilon_\nu$  come:

$$d\varepsilon = \varepsilon_\nu d\nu$$

con  $\varepsilon_\nu \equiv$  energia trasportata per unità di banda (frequenza).

Il numero di fotoni  $dN$  nella banda definita da  $\nu$ ,  $\nu+d\nu$  è dato da:

$$dN = \frac{\varepsilon_\nu}{h\nu} d\nu$$



La radiazione visibile (**luce**) quella a cui è sensibile il nostro occhio è definita da:

$$\Delta\lambda = 4000 - 7000 \text{ \AA} \text{ corrispondenti a } \Delta\nu = 4.3 \times 10^{14} - 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

L'energia tipica di un fotone nel visibile (es. a 5500 Å) è:

$$\varepsilon_\nu = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6.63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5500 \cdot 10^{-10}} = 3.62 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.26 \text{ eV}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Per confronto, energie tipiche dei raggi X sono 0.5 - 200 keV, per i raggi  $\gamma$  si ha  $\sim 1$  MeV e oltre.

A parità di energia, il numero di fotoni trasportati dalla radiazione e.m. varia con la frequenza.

Esempio:

dati telescopio, rivelatore e tempo di esposizione, supponiamo di ricevere da una sorgente un'energia  $\Delta E = 10^{-15} \text{ J}$  allora:

Osservando

**nei raggi X** ad 1 keV, si ricevono  $\sim 62$  fotoni

**nel radio** a  $\lambda = 1 \text{ m}$  ( $E = 1.2 \times 10^{-6} \text{ eV}$ ), si ricevono  $\sim 5 \times 10^9$  fotoni

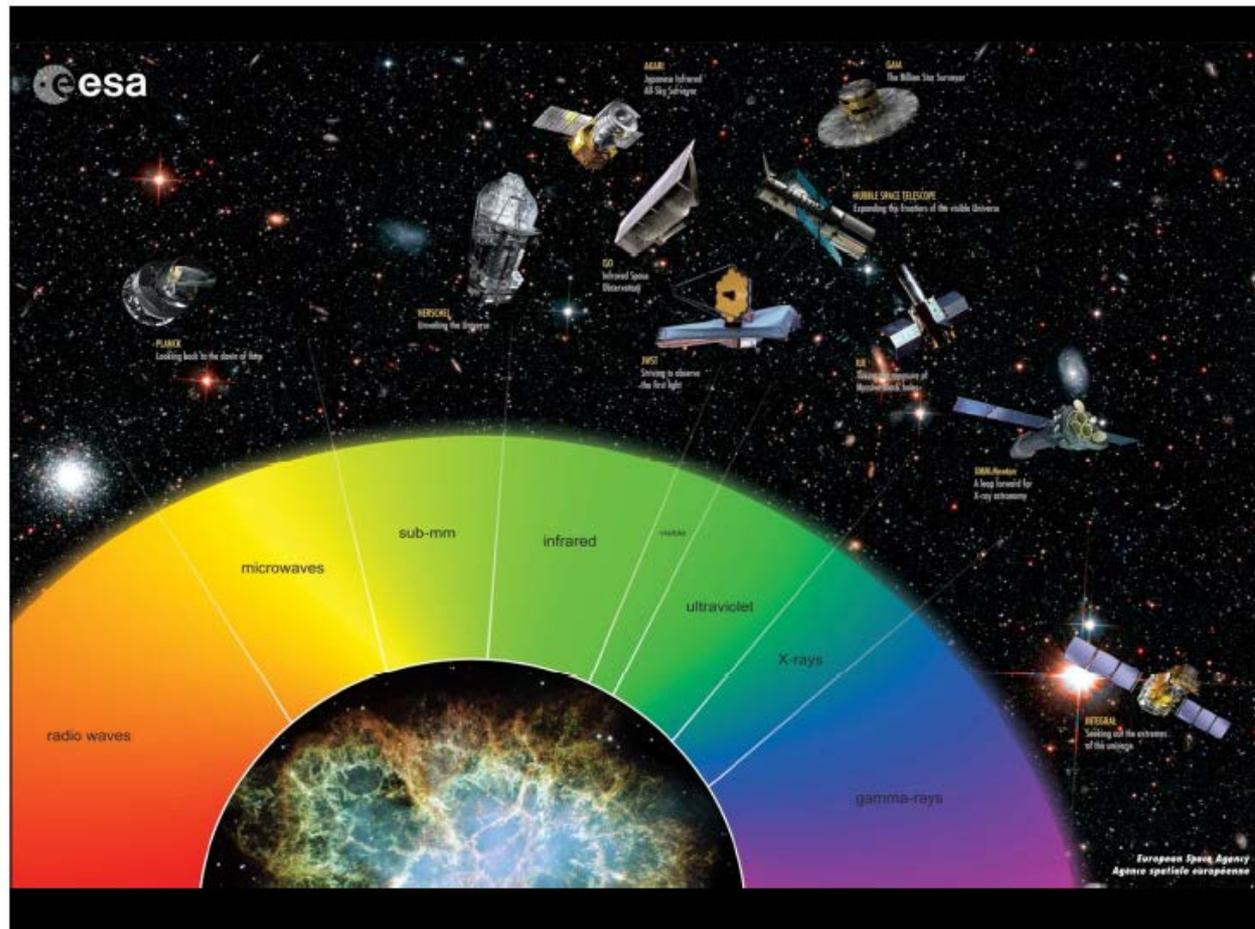
Nei raggi X gli effetti di quantizzazione della radiazione sono più facilmente rivelabili che nel radio, dove il numero di fotoni è estremamente elevato.

Un fatto rilevante per l'osservazione della radiazione emessa da sorgenti astrofisiche riguarda la trasmissione atmosferica, ovvero il fatto che l'atmosfera assorbe in tutto o in parte la radiazione e.m.

L'opacità atmosferica è la frazione della radiazione che arriva a terra.

Non a caso nel visibile l'opacità è < 10%.

Opacità del 100% significa che a che a terra non giunge nulla e le osservazioni si possono condurre solo dallo spazio.

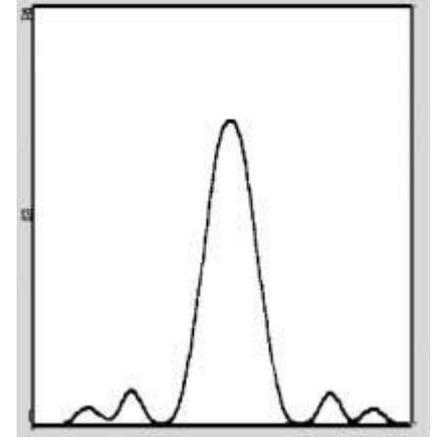


Un'onda elettromagnetica piana di lunghezza d'onda incidente su un diaframma circolare (pupilla, specchio di un telescopio, lente di un cannocchiale, ecc.) di diametro  $D$  produce una **figura di diffrazione** a frange concentriche in cui la frangia centrale ha un diametro angolare pari a:

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

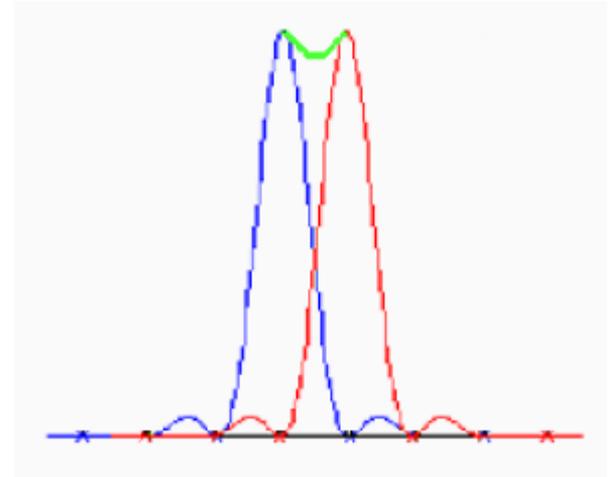
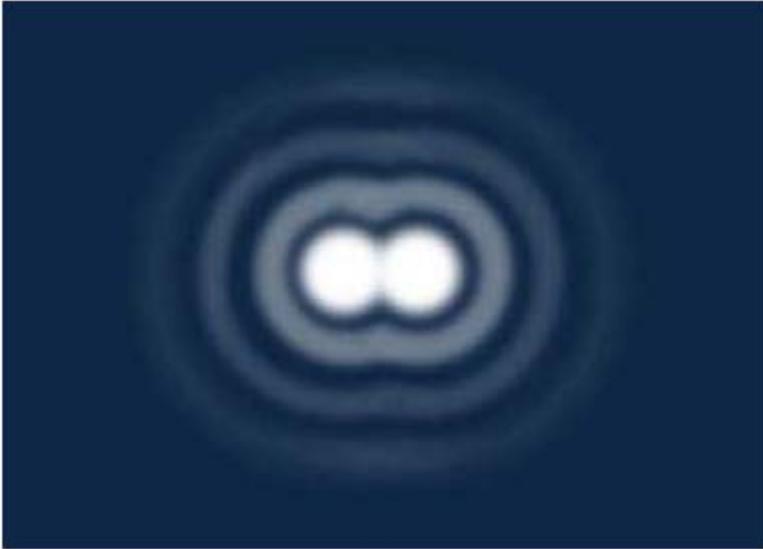


Diffrazione da una fenditura circolare



**Ogni apertura, di ogni dimensione, produce diffrazione.** Le aperture circolari, proprie di ogni telescopio astronomico, non fanno eccezione e producono una figura di diffrazione come quella a lato, con profilo di luminosità gaussiano. La macchia centrale si chiama disco di Airy. Il diametro della macchia di diffrazione centrale dipende dal diametro dell'apertura, cioè dal diametro del telescopio

Se osserviamo attraverso questo diaframma due sorgenti puntiformi separate da una distanza angolare inferiore a  $\vartheta$  si avrà una sovrapposizione delle 2 frange centrali con la conseguente impossibilità di distinguerle.



**Criterio di Rayleigh:** due sorgenti puntiformi, di uguale intensità, risultano separate se la distanza tra i centri di diffrazione è pari al raggio del disco di Airy.

Esempio:

Il potere risolutivo dell'occhio, per  $\lambda = 550\text{nm} = 5.5 \times 10^{-7}\text{m}$ , dove è la massima sensibilità, supponendo che il diametro medio della pupilla  $D \approx 0,5\text{cm} = 0,5 \times 10^{-2}\text{m}$ , è dato da:

$$\vartheta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 27'' = 7.5 \cdot 10^{-3} \text{°}$$

Nel caso del Telescopio spaziale Hubble (orbita bassa  $\approx 300\text{km}$ ) con apertura  $D = 2,4\text{m}$ , si ha per  $\lambda = 550\text{nm} = 5.5 \times 10^{-7} \text{ m}$ , un potere risolutivo pari a:

$$\mathcal{G} = 1.41 \frac{\lambda}{D} = 3.25 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0.06''$$

La Luna dista dalla Terra  $r = 385000 \text{ Km} = 3.85 \times 10^8 \text{ m}$  con il potere risolutivo:

a) dell'occhio  $\mathcal{G} = 7,5 \times 10^{-3} \text{ }^\circ = 1,31 \times 10^{-4} \text{ rad}$  si possono distinguere strutture di dimensioni

$$d = r\mathcal{G} = 5 \cdot 10^4 \text{ m} = 50\text{km}$$

b) di Hubble

$$d = r\mathcal{G} = 125\text{m}$$

In realtà, nelle osservazioni da Terra non si ottiene mai il limite di diffrazione.  
La turbolenza atmosferica degrada le immagini e si parla di “**seeing**”  
riferendosi alle dimensioni delle sorgenti puntiformi osservate a Terra ( $\vartheta_{\text{seeing}}$ )  
Tipicamente  $\vartheta_{\text{lim}} \sim 1''$  (da 0.3''-0.4'' nei siti migliori, a 5'' ed oltre nei siti peggiori).  
Il seeing dipende dalla lunghezza d'onda:  $\vartheta_{\text{seeing}} \approx \lambda^{-1/5}$ .

In pratica è difficile  
ottenere immagini al  
limite di diffrazione con  
telescopi da terra.

La micro-turbolenza  
dell'atmosfera (“seeing”)  
limita la qualità delle  
immagini astronomiche.



Seeing “cattivo”

Seeing “buono”

Il numero di fotoni  $\Delta N$  di frequenza tra  $\nu$ ,  $\nu + \Delta \nu$  provenienti da una sorgente celeste e registrati sul rivelatore, posto nel fuoco del telescopio, è dato da:

$$\Delta N = \eta_{\nu} \frac{(F_{\nu} \Delta \nu) \cdot \pi \left( \frac{D_{Tel}}{2} \right)^4 \Delta t_{esp}}{h\nu}$$

dove :

$\eta_{\nu} \equiv$  efficienza quantica del rivelatore alla frequenza  $\nu$

$F_{\nu} \equiv$  flusso radiazione della sorgente al Telescopio

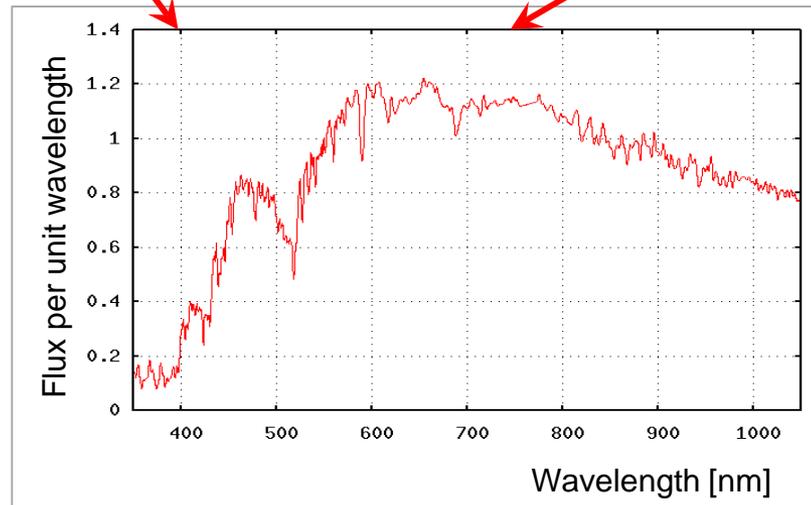
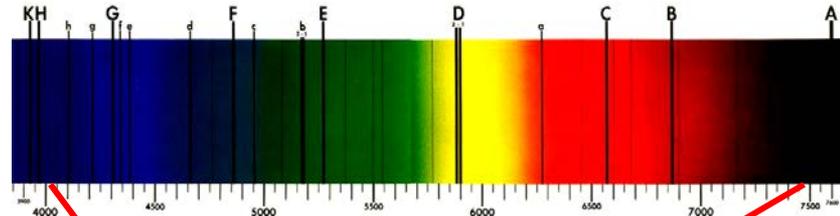
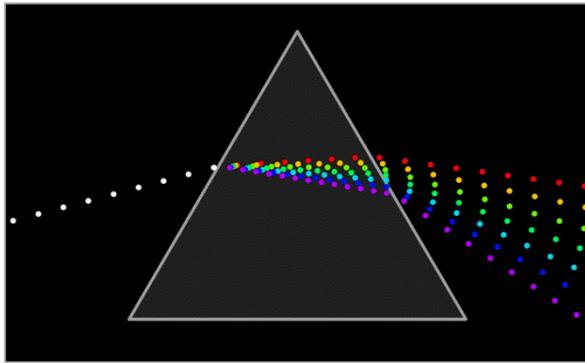
$D_{tel} \equiv$  diametro del Telescopio

$\Delta t_{esp} \equiv$  tempo di esposizione

$h \equiv$  costante di Planck

In generale deve essere:  $\Delta N > \Delta N_{soglia}$  per poter rivelare la sorgente.

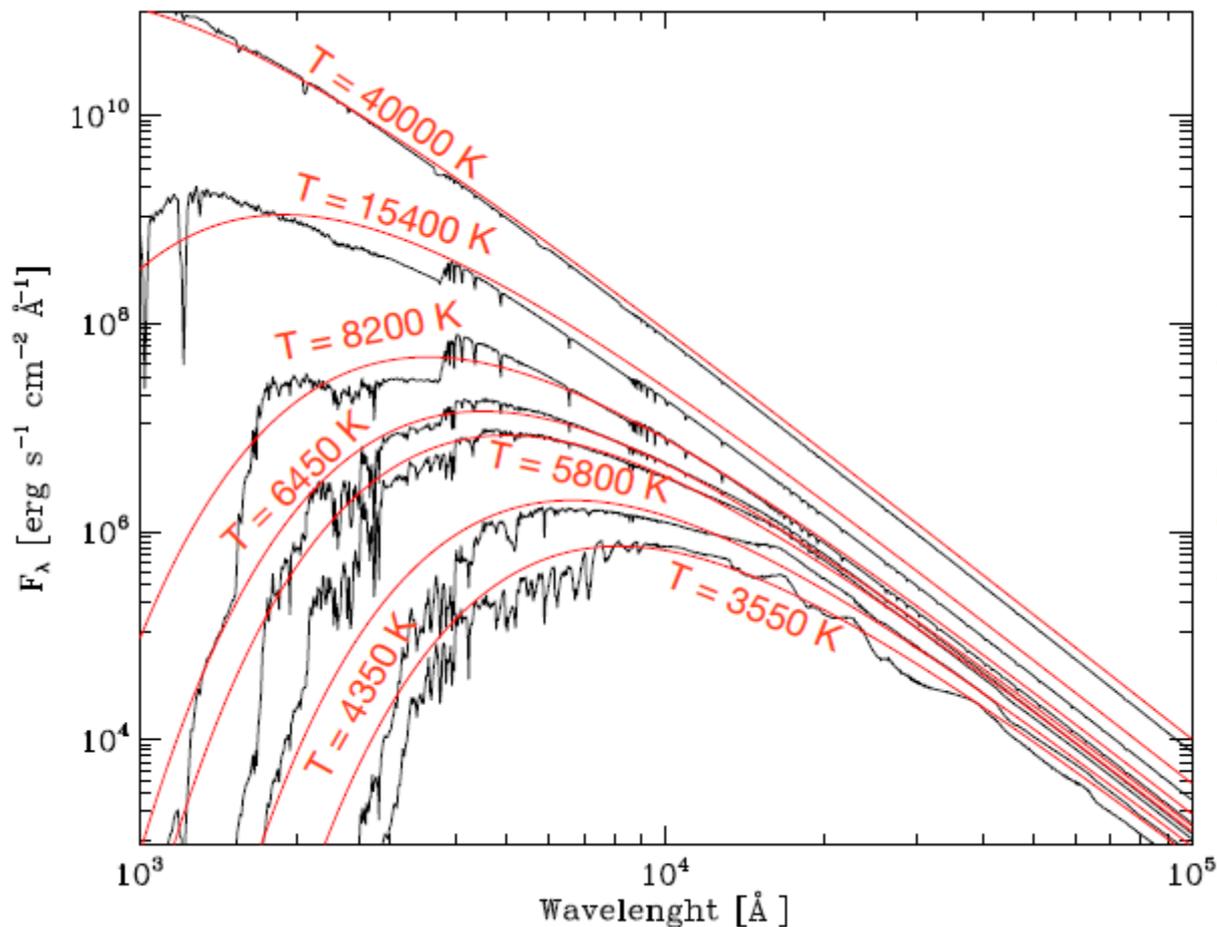
Lo **spettro elettromagnetico** ( o più semplicemente spettro) di una sorgente è la distribuzione di energia della radiazione elettromagnetica in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$  o della frequenza  $\nu$ , dove  $\lambda\nu = c$  (velocità della luce).



Lo spettro di una sorgente celeste è uno **spettro continuo** solcato da **righe di emissione** e **righe di assorbimento**.



Per studiare le proprietà dell'**emissione continua** delle stelle è utile introdurre il concetto di **corpo nero**.



*Spettri stellari e spettri dei corpi neri che meglio li approssimano alle temperature indicate in figura*

## Riferimenti

M. Capaccioli **Lezioni di Astrofisica** Università Federico II -Napoli

V. Castellani **Astrofisica Stellare** Zanichelli - Bologna

A. Bersanelli **Lezioni di Astronomia** Università di Milano

A. Marconi **Lezioni di Astrofisica** Università di Firenze

G. Giuliani e I. Bonizzoni **Lineamenti di Elettromagnetismo** – La Goliardica Pavese

F. Selleri **Lezioni di Istituzioni di fisica teorica** Università di Bari