Scuola di Storia della Fisica

“Sulla Storia dell’Astronomia: il Novecento. Gli strumenti, le scoperte, le teorie.”

Asiago 22-26 Febbraio 2016

GLOSSARIO: Scattering Thomson e Compton

Biagio Buonaura GdSF & Liceo Scientifico Statale «Albertini» Nola (Na)

A Bruno CACCIN (1944 – 2004)

Professore di Astronomia

Radiazione Elettromagnetica: Scattering Thomson , Compton e Rayleigh

Le leggi di conservazione **proibiscono** che un fotone venga assorbito da un **elettrone libero**. Nell'ipotesi di elettrone a riposo ed energie non relativistiche si dovrebbe ad esempio richiedere:

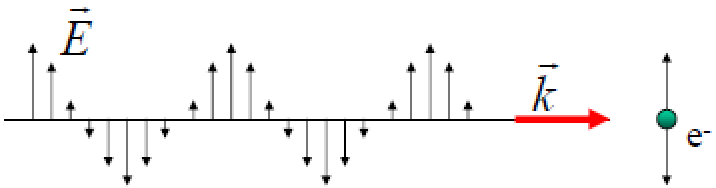
$$\boxed{h\nu = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 \quad \frac{h\nu}{c} = m\mathrm{v}}$$

che ammette la <u>non soluzione</u>: v = 2c

Quando della radiazione elettromagnetica incide su una nube di elettroni liberi, gli elettroni reagiscono al campo così velocemente che rigenerano, oscillando, un campo EM con la **stessa frequenza** di quello incidente.
L' assorbimento è di solito trascurabile: si ha praticamente tutto **scattering** (diffusione).

Se $h\nu \ll m_e c^2$ il problema può essere trattato classicamente: **scattering Thomson** .

Sia **E** il campo elettrico dell' onda incidente su una carica Ze .



$$\boxed{\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos\left(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \omega t\right)}$$

L'accelerazione della carica è data da:

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{e}{m_e}\mathbf{E}}$$

Ricordando, nel vuoto ,la relazione tra il campo elettrico E ed il campo magnetico di un'onda piana:

$$\boxed{B = \frac{E}{c}}$$

si può **trascurare** la forza di Lorentz rispetto alla forza elettrica agente sulla carica:

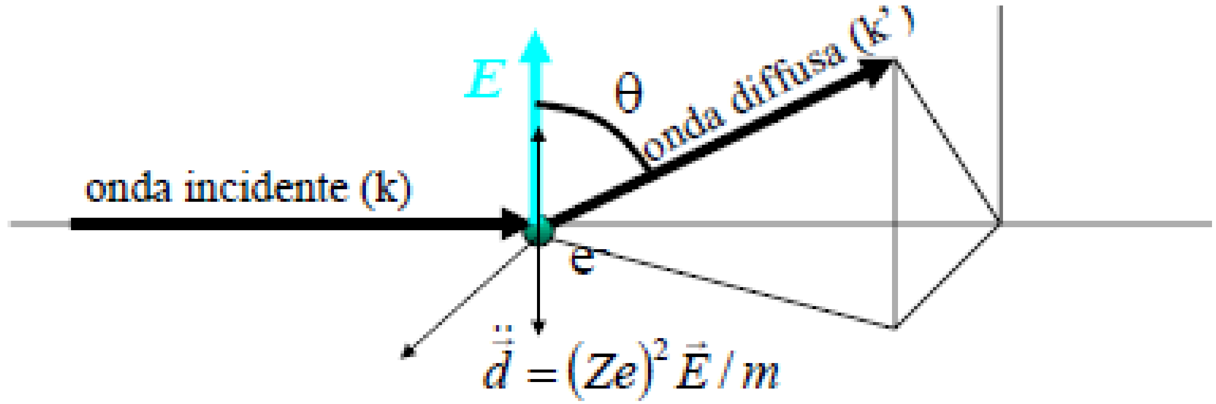
$$\boxed{\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}}$$

e inoltre si trascura il termine **k**· x nel campo elettrico perché kx ≈ kvt, mentre ωt ≈ kct si ottiene:

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{e}{m_e}\mathbf{E}_0 \cos(\omega t)}$$

Si crea un dipolo oscillante che emette nella direzione **n** radiazione elettromagnetica d'intensità pari a:

$$\boxed{\frac{e^4}{4\pi m_e^2 c^3} E^2 \sin^2\theta}$$



Poiché il flusso dell'energia dell'onda incidente è dato dal **vettore di Poynting** :

$$\boxed{S = \left(cE^2/4\pi\right)}$$

Il rapporto tra l'intensità emessa ed il flusso di energia incidente (è una superficie) dà la s**ezione d'urto** dello scattering Thomson:

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma_T}{d\Omega}\right) = \frac{1}{S}\left(\frac{dE}{dt\,d\Omega}\right) = \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \sin^2\theta = r_0^2 \sin^2\theta}$$

con:

$$\boxed{r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.83\times 10^{-13}\,\mathrm{cm}}$$

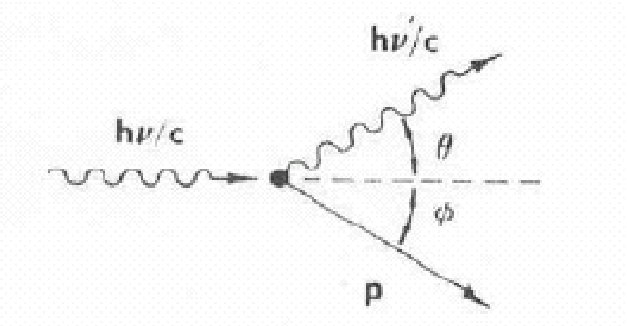
che è il **raggio classico dell'elettrone**.

Un esempio notevole dello scattering Thomson è la r**adiazione cosmica di fondo** (**CBMR**) essa è polarizzata linearmente a seguito della diffusione Thomson. L' universo si è' raffreddato espandendosi. C'è stata un'epoca nel passato in cui l' universo era talmente caldo da essere ionizzato. Questa fase è detta di "Primeval Fireball" e dura per i primi 400000 anni dal Big Bang.

In questa fase lo scattering Thomson era estremamente frequente, ed i fotoni percorrevano un "random walk" da elettrone ad elettrone. Quando l' universo si è raffreddato abbastanza da permettere la ricombinazione degli elettroni e protoni in atomi di idrogeno, la sezione d' urto è diminuita drasticamente, e l' universo e' diventato trasparente.

Se $h\nu \geq m_e c^2 = 0{,}5$Mev il problema deve essere trattato quantisticamente. In particolare , le leggi di conservazione relativistiche danno:

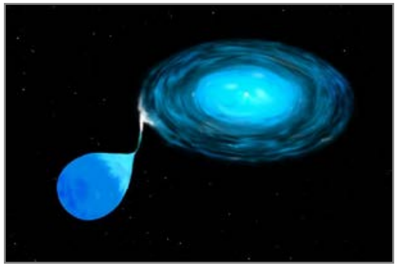
$$\boxed{\begin{aligned} & h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \tilde{E}'_e \\ & \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\vartheta + p'\cos\phi \quad ; \quad 0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\vartheta - p'\sin\phi \end{aligned}}$$

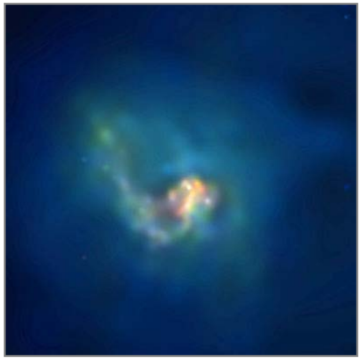


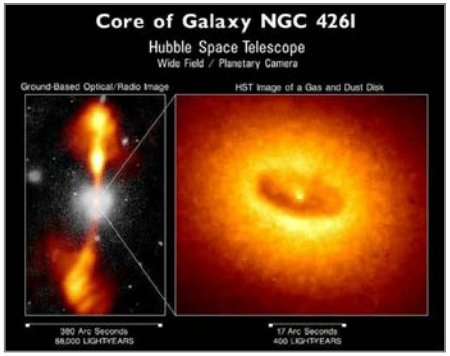
Il risultato più importante è che lo scattering non è più elastico, ed il fotone perde energia, cedendola all' elettrone.
La nuova lunghezza d' onda del fotone può venire calcolata imponendo la conservazione dell' energia totale e dell' impulso. Si ottiene

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\vartheta\right)}$$

Il termine **comptonizzazione** indica la deformazione delle righe spettrali causate dall’effetto Compton nei plasmi astrofisici ad alta temperatura. In questi casi, il plasma è così sottile otticamente che la radiazione di frenamento non domina le caratteristiche spettrali.
Inoltre, la **comptonizzazione** è un effetto maggiormente probabile con il crescere della temperatura del plasma.
Alcuni esempi di sorgenti astrofisiche in cui la **comptonizzazione** è importante:
gas caldo presso binarie sorgenti di raggi X;
gas caldo nell’alone di ammassi di galassie;
gas caldo presso il centro di nuclei galattici attici;
gas primordiale che si raffredda nelle prime fasi dopo il Big Bang.
Lo spettro della sorgente dipende sulla funzione di distribuzione sia degli elettroni che dei fotoni.







Supponiamo ora di considerare **l'elettone legato elasticamente** all'atomo (**scattering Rayleigh**).
L' equazione di moto sotto l' azione del campo elettrico è:

$$\boxed{m_e\ddot{\mathbf{x}}+m_e\omega_0^2\mathbf{x}=e\mathbf{E_0}\cos\left(\omega t\right)+\frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\mathbf{x}}}$$

Il termine $m\omega^2{}_0$ **x** $\equiv$ **riproduce gli effetti quantistici del legame tra l'elettrone e l'atomo**.
Il termine $2/3(e^2/c^3)d^3x/dt^3 \equiv$ **riproduce la forza di reazione dovuti alla radiazione**.

Ipotizzando <u>trascurabili</u> gli effetti della reazione delle radiazione e ponendoci <u>lontani</u> dalla condizione di risonanza $\omega_0 >> \omega$ troviamo:

$$\boxed{\ddot{\mathbf{x}}+\omega_0^2\mathbf{x}=\frac{e}{m_e}\mathbf{E_0}\cos\left(\omega t\right)}$$

Se cerchiamo una soluzione del tipo:

$$\boxed{\mathbf{x}=\mathbf{x_0}\cos\left(\omega t\right)}$$

Troviamo che deve essere:

$$\boxed{\mathbf{x_0} = \frac{e\mathbf{E}_0}{m_e\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}}$$

Pertanto la sua accelerazione risulta:

$$\boxed{\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = -\frac{e\mathbf{E}_0\omega^2}{m_e\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}\cos\left(\omega t\right)}$$

L'energia irraggiata dall'elettrone nell'unità di tempo (**potenza**) in tutte le direzioni è data dalla formula di Larmor:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{dt}} = \frac{2\mathrm{e}^2}{3\mathrm{c}^3}\left|\mathrm{a}\right|^2}$$

Pertanto l'intensità emessa è proporzionale a:

$$\boxed{\frac{e^4 \mathbf{E}_0^2 \omega^4}{m_e^2 \left(\omega_0^2 - \omega^2 \right)^2}}$$

Ne segue che la **sezione d'urto del processo**, σ_R , è data, come nel caso dello scattering Thomson, dal rapporto tra l'intensità emessa ed il flusso di energia incidente

$$\boxed{S = \left(cE^2 / 4\pi \right)}$$

cioè:

$$\boxed{\sigma_R = \sigma_T \frac{\omega^4}{\left(\omega_0^2 - \omega^2 \right)^2}}$$

Nell'approssimazione **lontano dalla risonanza**: $\omega_0 >> \omega$ si ha:

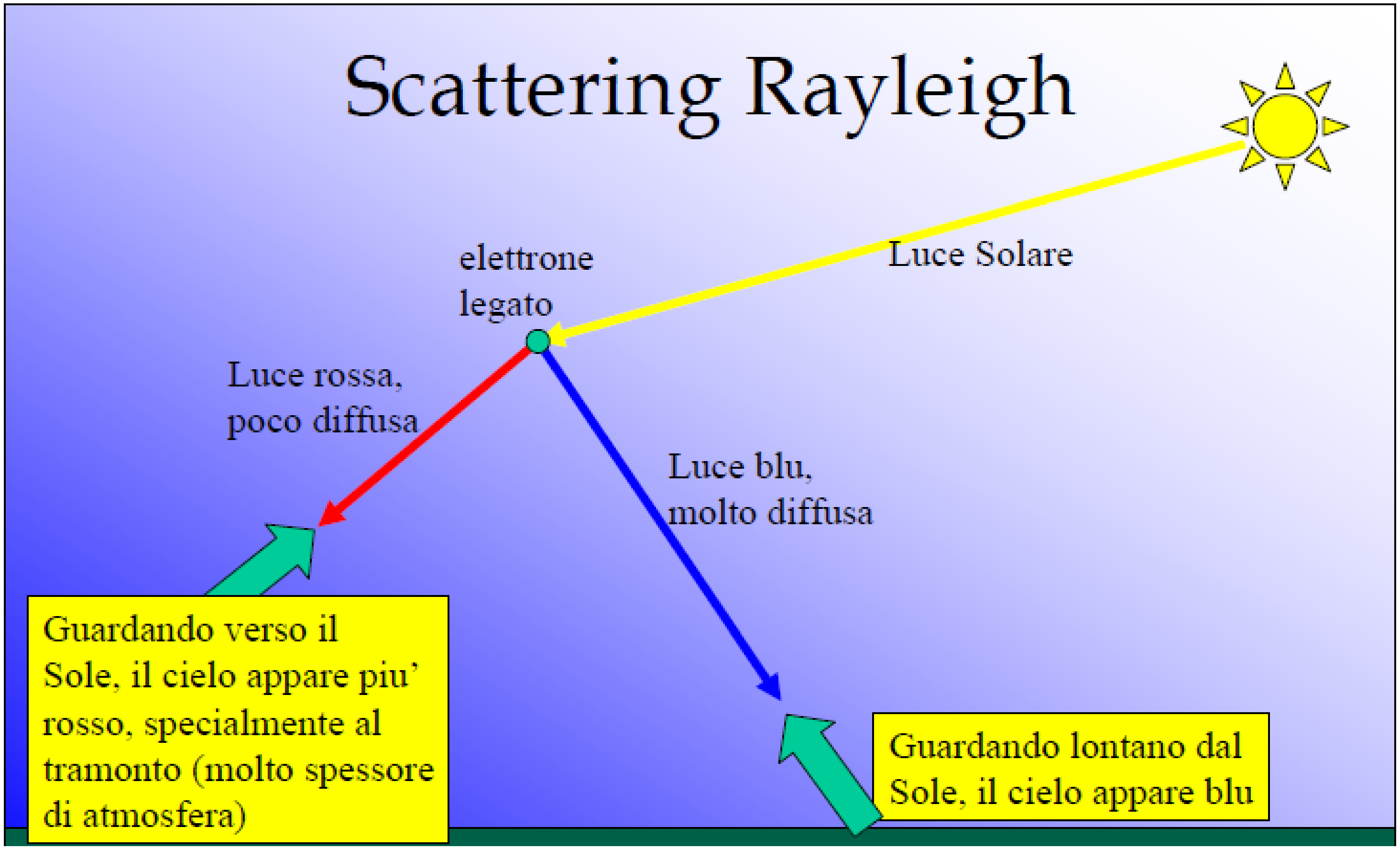
$$\boxed{\sigma_R \cong \sigma_T \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}$$

Il caso $\omega_o >> \omega$ è quello, ad esempio, degli elettroni legati alle molecole che compongono l' aria: la costante di richiamo k è molto forte, per cui ω_o è molto alta, maggiore delle frequenze della luce visibile.

Quindi nell' aria la luce di breve lunghezza d'onda (**blu, 400nm**) viene diffusa maggiormente di quella di lunghezza d' onda più lunga (**rosso, 700nm**):

$$\boxed{\frac{\sigma_{R10}\left(blu\right)}{\sigma_R\left(rosso\right)} = \left(\frac{\lambda_{rosso}}{\lambda_{blu}}\right)^4 \cong 10}$$

Ecco perché il cielo è azzurro.


Scattering Rayleigh
Luce Solare
elettrone
legato
Luce rossa,
poco diffusa
Luce blu,
molto diffusa
Guardando verso il Sole, il cielo appare piu' rosso, specialmente al tramonto (molto spessore di atmosfera)
Guardando lontano dal Sole, il cielo appare blu

Riferimenti

M. Capaccioli **Lezioni di Astrofisica** Università Federico II -Napoli

V. Castellani **Astrofisica Stellare** Zanichelli - Bologna

A. Bersanelli **Lezioni di Astronomia** Università di Milano

A. Marconi **Lezioni di Astrofisica** Università di Firenze

G. Giuliani e I. Bonizzoni **Lineamenti di Elettromagnetismo** – La Goliardica Pavese

F. Selleri **Lezioni di Istituzioni di fisica teorica** Università di Bari