

# La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento

Giuseppe Giuliani

<http://fisica.unipv.it/percorsi>

AIF, XIX Scuola di Storia della Fisica

2 marzo 2021

- Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale

# Premessa

- Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni

# Premessa

- Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi. . .

- Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi...
- ...l'effetto Doppler e l'effetto della gravità sugli orologi atomici verranno trattati come problemi di dinamica relativistica [emissione e assorbimento di fotoni da parte di atomi in moto e/o in un campo gravitazionale]

- Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi...
- ...l'effetto Doppler e l'effetto della gravità sugli orologi atomici verranno trattati come problemi di dinamica relativistica [emissione e assorbimento di fotoni da parte di atomi in moto e/o in un campo gravitazionale]
- Per una rivisitazione delle descrizioni ondulatoria e corpuscolare della luce, si può vedere [Buonaura, Giuliani](#)

# Il tempo: che cosa è. I

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose

## Il tempo: che cosa è. I

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), *The Study of Time* IV, Springer - Verlag 1981, p. 234 - 270.



## Il tempo: che cosa è. I

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), *The Study of Time* IV, Springer - Verlag 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M, Concepts of Time in Physics: A Synopsis, *Phys. Perspect.* 9 2007 266 - 280

# Il tempo: che cosa è. I

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), *The Study of Time* IV, Springer - Verlag 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M, Concepts of Time in Physics: A Synopsis, *Phys. Perspect.* 9 2007 266 - 280
- Le prime riflessioni sul tempo almeno parzialmente indipendenti da credenze religiose sono dovute ai filosofi greci

# Il tempo: che cosa è. I

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), *The Study of Time* IV, Springer - Verlag 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M, Concepts of Time in Physics: A Synopsis, *Phys. Perspect.* 9 2007 266 - 280
- Le prime riflessioni sul tempo almeno parzialmente indipendenti da credenze religiose sono dovute ai filosofi greci
- Tuttavia, l'intreccio tra riflessioni sul tempo e credenze religiose persiste sino al XVII secolo

## Il tempo: che cosa è. II

- Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 - 463, I sec. a. C.].

## Il tempo: che cosa è. II

- Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 - 463, I sec. a. C.].
- Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione con alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata. [Isaac Newton, Princìpi matematici della filosofia naturale, 1687].

## Il tempo: che cosa è. II

- Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 - 463, I sec. a. C.].
- Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione con alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata. [Isaac Newton, Princìpi matematici della filosofia naturale, 1687].
- Il tempo relativo, apparente e volgare, è una misura (esatta o inesatta) sensibile ed esterna della durata per mezzo del moto, che comunemente viene impiegata al posto del vero tempo: tali sono l'ora, il giorno, il mese, l'anno. [Isaac Newton, Princìpi matematici della filosofia naturale, 1687].

## Il tempo: che cosa è. III

- Il tempo del primo capitolo è il tempo della nostra intuizione. Esso è, pertanto, una grandezza tale che le variazioni delle altre grandezze possono essere considerate come dipendenti dalla sua variazione; mentre esso è, di per sé, una variabile indipendente. [Heinrich Hertz, I principî della meccanica presentati in una nuova forma, 1899]

## Il tempo: che cosa è. III

- Il tempo del primo capitolo è il tempo della nostra intuizione. Esso è, pertanto, una grandezza tale che le variazioni delle altre grandezze possono essere considerate come dipendenti dalla sua variazione; mentre esso è, di per sé, una variabile indipendente. [Heinrich Hertz, I principî della meccanica presentati in una nuova forma, 1899]
- Se vogliamo descrivere il moto di un punto materiale, diamo i valori delle sue coordinate in funzione del tempo. [Albert Einstein, Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento, 1905]



## Il tempo: che cosa è. IV

- Il tempo è una **variabile matematica indipendente** con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.

## Il tempo: che cosa è. IV

- Il tempo è una **variabile matematica indipendente** con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è **generata e mostrata da un orologio**.

## Il tempo: che cosa è. IV

- Il tempo è una **variabile matematica indipendente** con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è **generata e mostrata da un orologio**.
- Un orologio **NON** misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.

## Il tempo: che cosa è. IV

- Il tempo è una **variabile matematica indipendente** con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è **generata e mostrata da un orologio**.
- Un orologio **NON** misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.
- Esso mostra solo il valore della **variabile tempo** generata dall'orologio stesso.

## Il tempo: che cosa è. IV

- Il tempo è una **variabile matematica indipendente** con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è **generata e mostrata da un orologio**.
- Un orologio **NON** misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.
- Esso mostra solo il valore della **variabile tempo** generata dall'orologio stesso.
- Con un orologio misuriamo la durata di un fenomeno che si svolge nelle vicinanze dell'orologio (nel punto in cui si trova l'orologio).

# Come è fatto un orologio. Orologio a pendolo.

- Ogni orologio utilizza una **frequenza campione**, un **contatore** e un **sistema di visualizzazione** del conteggio effettuato dal contatore.

# Come è fatto un orologio. Orologio a pendolo.

- Ogni orologio utilizza una **frequenza campione**, un **contatore** e un **sistema di visualizzazione** del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, **la frequenza campione** è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo. . .

# Come è fatto un orologio. Orologio a pendolo.

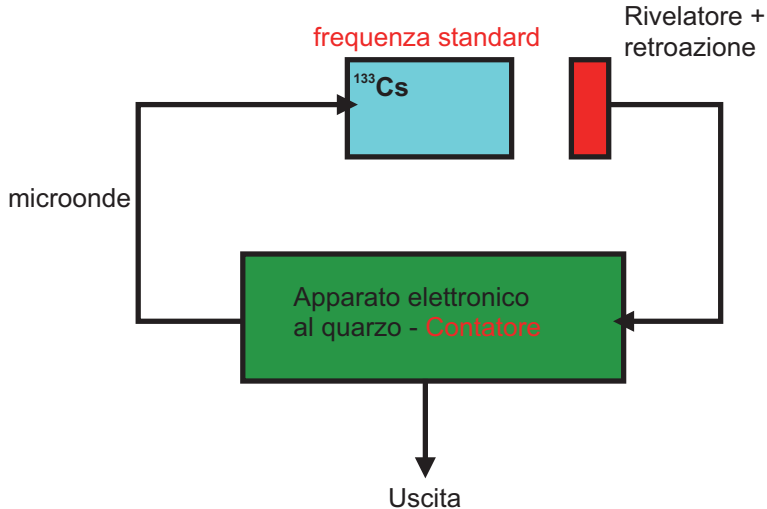
- Ogni orologio utilizza una **frequenza campione**, un **contatore** e un **sistema di visualizzazione** del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, **la frequenza campione** è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo. . .
- . . . **il contatore** è costituito da un sistema meccanico che trasforma il conteggio delle oscillazioni complete del pendolo nel movimento discreto delle lancette. . .



# Come è fatto un orologio. Orologio a pendolo.

- Ogni orologio utilizza una **frequenza campione**, un **contatore** e un **sistema di visualizzazione** del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, **la frequenza campione** è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo. . .
- . . . **il contatore** è costituito da un sistema meccanico che trasforma il conteggio delle oscillazioni complete del pendolo nel movimento discreto delle lancette. . .
- . . . le lancette costituiscono il **sistema di visualizzazione**.

# Orologio al $^{133}\text{Cs}$ .



## Come è fatto un orologio. Orologio al $^{133}\text{Cs}$ .

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale **imperturbato** del  $^{133}\text{Cs}$ ...

## Come è fatto un orologio. Orologio al $^{133}\text{Cs}$ .

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale **imperturbato** del  $^{133}\text{Cs}$ . . .
- . . . **il contatore** è costituito da una lamina di quarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .

# Come è fatto un orologio. Orologio al $^{133}\text{Cs}$ .

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale **imperturbato** del  $^{133}\text{Cs}$ . . .
- . . . **il contatore** è costituito da una lamina di quarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .
- . . . **il visualizzatore** è digitale.

# Come è fatto un orologio. Orologio al $^{133}\text{Cs}$ .

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale **imperturbato** del  $^{133}\text{Cs}$ . . .
- . . . **il contatore** è costituito da una lamina di quarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .
- . . . **il visualizzatore** è digitale.
- Il secondo, unità di tempo nel sistema SI, è **la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato dell'atomo di  $^{133}\text{Cs}$ .**

# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .

# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .
- . . . **il contatore** è costituito dalla luce laser che eccita lo ione . . .



# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .
- . . . **il contatore** è costituito dalla luce laser che eccita lo ione . . .
- . . . Questa frequenza è 'bloccata' da un circuito di contro - reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione. . .

# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .
- . . . **il contatore** è costituito dalla luce laser che eccita lo ione . . .
- . . . Questa frequenza è 'bloccata' da un circuito di contro - reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione. . .
- . . . **il visualizzatore** è digitale.

# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .
- . . . **il contatore** è costituito dalla luce laser che eccita lo ione . . .
- . . . Questa frequenza è 'bloccata' da un circuito di contro - reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione. . .
- . . . **il visualizzatore** è digitale.
- L'accuratezza di questi orologi è dell'ordine di  $10^{-18}$

# Orologio a ione singolo

- La **frequenza campione** è costituita dalla frequenza della radiazione **assorbita** da **uno** ione intrappolato a basse temperature. . .
- . . . **il contatore** è costituito dalla luce laser che eccita lo ione . . .
- . . . Questa frequenza è 'bloccata' da un circuito di contro - reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione. . .
- . . . **il visualizzatore** è digitale.
- L'accuratezza di questi orologi è dell'ordine di  $10^{-18}$
- Questa accuratezza corrisponde alla deviazione di circa un secondo sull'età dell'Universo.

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:

# Classi di orologi

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo

# Classi di orologi

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla

# Classi di orologi

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo



# Classi di orologi

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo
- orologi che utilizzano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza...

# Classi di orologi

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo
- orologi che utilizzano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza...
- ...tra questi: orologi atomici, orologi ottici, orologi basati su maser o cavità risonanti.

# Criteri per la costruzione di orologi

- Non ci sono prescrizioni riguardanti la costruzione degli orologi ad eccezione di quella, essenziale, che i valori della variabile tempo generati debbono riflettere il più accuratamente possibile l'omogeneità della variabile matematica  $t$ . Per soddisfare al meglio questa condizione si confrontano differenti classi di orologi e la classe migliore è scelta sulla base di una valutazione empirica guidata dalle teorie che descrivono il funzionamento di ogni classe di orologi.

# Orologi ideali ed orologi reali

- Definiamo **ideale** un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.

# Orologi ideali ed orologi reali

- Definiamo **ideale** un orologio **il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica**.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.

# Orologi ideali ed orologi reali

- Definiamo **ideale** un orologio **il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica**.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.
- Costituisce un'importante eccezione la teoria della relatività generale: questa teoria richiede di considerare la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio dalla gravità anche a livello teorico.

# Orologi ideali ed orologi reali

- Definiamo **ideale** un orologio **il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica**.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.
- Costituisce un'importante eccezione la teoria della relatività generale: questa teoria richiede di considerare la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio dalla gravità anche a livello teorico.
- Il fatto che gli orologi usati negli esperimenti siano orologi reali è una questione che riguarda gli sperimentatori: è compito loro tenere conto dell'influenza dell'ambiente fisico sul funzionamento degli orologi usati.

# La velocità limite $c$ .

- La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una **velocità limite**: la velocità  $c$  della luce nel vuoto.



# La velocità limite $c$ .

- La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una **velocità limite**: la velocità  $c$  della luce nel vuoto.
- È possibile costruire la cinematica relativistica studiando lo scambio di lampi di luce di durata idealmente nulla tra due orologi  $O$  ed  $O'$  in moto relativo rettilineo uniforme.

# La velocità limite $c$ .

- La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una **velocità limite**: la velocità  $c$  della luce nel vuoto.
- È possibile costruire la cinematica relativistica studiando lo scambio di lampi di luce di durata idealmente nulla tra due orologi  $O$  ed  $O'$  in moto relativo rettilineo uniforme.
- Si ricavano così le formule della dilatazione del tempo, della contrazione delle lunghezze e le trasformazioni di coordinate di Lorentz.

# Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. I

- Ipotesi: omogeneità e isotropia dello spazio, omogeneità della variabile 'tempo', principio di relatività cinematico.

# Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. I

- Ipotesi: omogeneità e isotropia dello spazio, omogeneità della variabile 'tempo', principio di relatività cinematico.



$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 + V^2/\alpha}} (x - Vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 + V^2/\alpha}} \left( t + \frac{V}{\alpha} x \right)$$

(1)

dove  $\alpha$  è un parametro diverso da zero, avente le dimensioni di una velocità al quadrato.

## Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .

## Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .
- Invece, se  $\alpha > 0$ , non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.

## Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .
- Invece, se  $\alpha > 0$ , non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.

## Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .
- Invece, se  $\alpha > 0$ , non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.



## Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .
- Invece, se  $\alpha > 0$ , non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.
- Vi ricordate i neutrini che corrono dal CERN al Gran Sasso?

# Relatività speciale senza l'ipotesi dell'invarianza della velocità della luce. II

- Se  $\alpha < 0$ , posto  $\alpha = -\kappa^2$ , le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite  $\kappa$  al posto di  $c$ .
- Invece, se  $\alpha > 0$ , non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.
- Vi ricordate i neutrini che corrono dal CERN al Gran Sasso?
- La dichiarazione più “incauta” non fu quella di Mariastella Gelmini. . .

# Dilatazione del tempo.



$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

# Dilatazione del tempo.



$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$  è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la **durata propria** del fenomeno.

# Dilatazione del tempo.



$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$  è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la **durata propria** del fenomeno.
- O' informa O – inviando verso O un lampo di luce di durata nulla quando inizia il fenomeno e quando esso finisce.

# Dilatazione del tempo.



$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$  è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la **durata propria** del fenomeno.
- O' informa O – inviando verso O un lampo di luce di durata nulla quando inizia il fenomeno e quando esso finisce.
- O, sulla base delle informazioni ricevute, calcola che la durata del fenomeno – che si svolge lungo un segmento di retta – è data da  $\Delta t$ : la durata del fenomeno appare dilatata.

# Dilatazione del tempo.



$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$  è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la **durata propria** del fenomeno.
- O' informa O – inviando verso O un lampo di luce di durata nulla quando inizia il fenomeno e quando esso finisce.
- O, sulla base delle informazioni ricevute, calcola che la durata del fenomeno – che si svolge lungo un segmento di retta – è data da  $\Delta t$ : la durata del fenomeno appare dilatata.
- I due orologi sono equivalenti: se O informa O' della durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova O (**durata propria**), allora O' calcola, sulla base delle informazioni ricevute che:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t = \Gamma \Delta t$$

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Stark e Einstein, 1905 circa.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in  $V/c$  di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.



## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Stark e Einstein, 1905 circa.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in  $V/c$  di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Stark e Einstein, 1905 circa.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in  $V/c$  di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera **un atomo in moto come un orologio** e...

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Stark e Einstein, 1905 circa.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in  $V/c$  di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera **un atomo in moto come un orologio** e...
- “Come ho mostrato in un precedente lavoro, da questi principi segue che il ritmo di un orologio in moto uniforme è più lento **se valutato da un sistema [di riferimento] ‘stazionario’**”.

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Stark e Einstein, 1905 circa.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in  $V/c$  di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera **un atomo in moto come un orologio** e...
- “Come ho mostrato in un precedente lavoro, da questi principi segue che il ritmo di un orologio in moto uniforme è più lento **se valutato da un sistema [di riferimento] ‘stazionario’**”.
- Pertanto, “se  $\nu$  denota il numero di battiti dell’orologio per unità di tempo secondo l’osservatore in quiete e  $\nu_0$  il numero corrispondente per l’osservatore co - movente, allora:

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore  $\Gamma$  per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce:  $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$ .



## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore  $\Gamma$  per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce:  $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$ .
- Hanno pertanto misurato il termine

$$\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}$$

## Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico  $\Gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$  caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore  $\Gamma$  per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce:  $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$ .
- Hanno pertanto misurato il termine

$$\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}$$

- Ives e Stilwell hanno misurato l'effetto Doppler della riga  $H_\beta$  dell'atomo di idrogeno in volo rispetto ad uno spettrometro a reticolo, dotato di lastra fotografica.

- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.

## Ives e Stilwell, 1938

- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico  $\approx (1/2)V^2/c^2$  dimostra che **il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta**.

## Ives e Stilwell, 1938

- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico  $\approx (1/2)V^2/c^2$  dimostra che **il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta**.
- Questa conclusione è **errata** perché. . .

- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico  $\approx (1/2)V^2/c^2$  dimostra che **il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta**.
- Questa conclusione è **errata** perché...
- ...è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e...

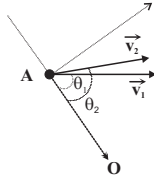
- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico  $\approx (1/2)V^2/c^2$  dimostra che **il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta**.
- Questa conclusione è **errata** perché. . .
- . . . è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e. . .
- . . . come vedremo, le frequenze campione usate negli orologi atomici sono le stesse in ogni SRI.

## Ives e Stilwell, 1938

- Ives era un **anti - relativista** e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico  $\approx (1/2)V^2/c^2$  dimostra che **il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta**.
- Questa conclusione è **errata** perché. . .
- ... è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e. . .
- ... come vedremo, le frequenze campione usate negli orologi atomici sono le stesse in ogni SRI.
- L'esperimento di Ives e Stilwell è stato ripetuto con maggiore accuratezza nel 1962 da **Mandelberg e Witten**.



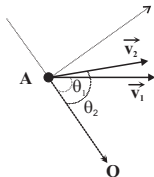
# Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali: fotoni emessi da atomi in volo



Grandezze fisiche in gioco:

- $E_1$ , energia a riposo dell'atomo eccitato

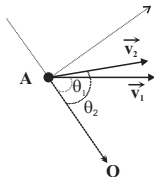
# Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali: fotoni emessi da atomi in volo



Grandezze fisiche in gioco:

- $E_1$ , energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$ , energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale

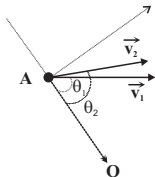
# Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali: fotoni emessi da atomi in volo



Grandezze fisiche in gioco:

- $E_1$ , energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$ , energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- Quindi,  $\Delta E = E_1 - E_2$  è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica

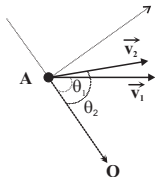
# Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali: fotoni emessi da atomi in volo



Grandezze fisiche in gioco:

- $E_1$ , energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$ , energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- Quindi,  $\Delta E = E_1 - E_2$  è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica
- $\Delta E$ , essendo la differenza tra due energie a riposo, è un **invariante relativistico**

# Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali: fotoni emessi da atomi in volo



Grandezze fisiche in gioco:

- $E_1$ , energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$ , energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- Quindi,  $\Delta E = E_1 - E_2$  è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica
- $\Delta E$ , essendo la differenza tra due energie a riposo, è un **invariante relativistico**
- Ne segue che:  $E_1 = Mc^2 + \Delta E$

# Fotoni emessi da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

# Fotoni emessi da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

• dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

# Fotoni emessi da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

• dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

• è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione



# Fotoni emessi da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

- dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

- è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione
- $E_0^{emi}$  è un invariante relativistico

# Fotoni emessi da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

- dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \approx \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

- è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione
- $E_0^{emi}$  è un invariante relativistico
- Se l'energia (frequenza)  $E_0^{emi}$  è usata come campione di frequenza in un orologio, **essa ha lo stesso valore in ogni SRI.**

# Fotoni assorbiti da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

# Fotoni assorbiti da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

• dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

# Fotoni assorbiti da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

- dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

- è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento

# Fotoni assorbiti da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

- dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

- è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento
- $E_0^{abs}$  è un invariante relativistico

# Fotoni assorbiti da atomi in volo



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} = \\ &= E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \theta} \end{aligned}$$

- dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[ 1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

- è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento
- $E_0^{abs}$  è un invariante relativistico
- Se l'energia (frequenza)  $E_0^{abs}$  è usata come campione di frequenza in un orologio, **essa ha lo stesso valore in ogni SRI.**

# Larghezza naturale di una riga

- Osserviamo che  $E_0^{abs} - E_0^{emi} = 2E_R$



# Larghezza naturale di una riga

- Osserviamo che  $E_0^{abs} - E_0^{emi} = 2E_R$
- Se un atomo E in quiete emette un fotone, allora un altro atomo **identico** A, in quiete lungo la direzione di propagazione del fotone, può assorbire questo fotone **se la larghezza naturale della riga è diversa da zero ed è – almeno – dell'ordine di grandezza di  $2E_R$**

# Dilatazione del tempo. Misure con fotoni gamma

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni  $^{20}\text{Ne}$  (Olin et al. 1973).

# Dilatazione del tempo. Misure con fotoni gamma

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni  $^{20}\text{Ne}$  (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di  $4.9 \times 10^{-2}c$  o di  $1.2 \times 10^{-2}c$ , cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell.

# Dilatazione del tempo. Misure con fotoni gamma

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni  $^{20}\text{Ne}$  (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di  $4.9 \times 10^{-2}c$  o di  $1.2 \times 10^{-2}c$ , cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell.
- Quindi il termine  $V^2/c^2$  era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.

# Dilatazione del tempo. Misure con fotoni gamma

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni  $^{20}\text{Ne}$  (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di  $4.9 \times 10^{-2}c$  o di  $1.2 \times 10^{-2}c$ , cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell.
- Quindi il termine  $V^2/c^2$  era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.
- La tecnica usata era analoga a quella di Ives e Stilwell.

# Dilatazione del tempo. Misure con fotoni gamma

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni  $^{20}\text{Ne}$  (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di  $4.9 \times 10^{-2}c$  o di  $1.2 \times 10^{-2}c$ , cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell.
- Quindi il termine  $V^2/c^2$  era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.
- La tecnica usata era analoga a quella di Ives e Stilwell.
- “Il fenomeno (spostamento Doppler) è una proprietà geometrica dello spazio - tempo, ed è intimamente connesso con il problema della sincronizzazione degli orologi in sistemi di riferimento differenti [p. 1633]”.

# Dilatazione del tempo. Misure con luce laser

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.

# Dilatazione del tempo. Misure con luce laser

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata **l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo.**



# Dilatazione del tempo. Misure con luce laser

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata **l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo**.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.

# Dilatazione del tempo. Misure con luce laser

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata **l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo**.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.
- Per esempio, Benjamin Botermann et al. (2014) hanno misurato il fattore  $\Gamma$  usando ioni  ${}^7\text{Li}^+$  confinati in un anello di accumulazione alla velocità di  $3.38 \times 10^{-1}c$  (circa 10 volte più grande di quella usata da Olin et al.)

# Dilatazione del tempo. Misure con luce laser

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata **l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo**.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.
- Per esempio, Benjamin Botermann et al. (2014) hanno misurato il fattore  $\Gamma$  usando ioni  ${}^7\text{Li}^+$  confinati in un anello di accumulazione alla velocità di  $3.38 \times 10^{-1}c$  (circa 10 volte più grande di quella usata da Olin et al.)
- Il fattore  $\Gamma$  è stato misurato con una accuratezza di  $\pm 2.3 \times 10^{-9}$

# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B \cos \theta}$$

# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B \cos \theta}$$



$$E_{ph}^P = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B}$$

# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B \cos \theta}$$




$$E_{ph}^P = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B}$$



$$E_{ph}^A = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + B}$$

# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II


$$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^0{}^2$$

# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II

- $$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^0{}^2$$

- $$\frac{E_{ph}^P + E_{ph}^A}{2} = \Gamma E_{ph}^0$$



# Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II

- $$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^0{}^2$$

- $$\frac{E_{ph}^P + E_{ph}^A}{2} = \Gamma E_{ph}^0$$

- Quindi, misurando  $E_{ph}^P$  e  $E_{ph}^A$ , si ottiene il fattore relativistico  $\Gamma$ .

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

- $\tau_0$  è la vita media **propria** delle particelle (in quiete).

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

- $\tau_0$  è la vita media **propria** delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità  $v$ , la distanza media da loro percorsa è data da:

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

- $\tau_0$  è la vita media **propria** delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità  $v$ , la distanza media da loro percorsa è data da:

- 

$$l = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

- $\tau_0$  è la vita media **propria** delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità  $v$ , la distanza media da loro percorsa è data da:

•

$$l = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- Siccome questa equazione è sperimentalmente corroborata, ne segue che è corroborata la formula della dilatazione del tempo:

# Particelle instabili. I

- Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

- $\tau_0$  è la vita media **propria** delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità  $v$ , la distanza media da loro percorsa è data da:

•

$$l = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- Siccome questa equazione è sperimentalmente corroborata, ne segue che è corroborata la formula della dilatazione del tempo:

•

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

## Particelle instabili. II

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.



## Particelle instabili. II

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.

## Particelle instabili. II

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.
- Il lavoro di Bailey et al. (1977) è interessante perché studia il decadimento di muoni negativi o positivi in moto circolare uniforme: il risultato è identico a quello che si sarebbe ottenuto se i muoni fossero stati in moto rettilineo uniforme.

## Particelle instabili. II

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.
- Il lavoro di Bailey et al. (1977) è interessante perché studia il decadimento di muoni negativi o positivi in moto circolare uniforme: il risultato è identico a quello che si sarebbe ottenuto se i muoni fossero stati in moto rettilineo uniforme.
- Pertanto, gli autori concludono che l'accelerazione cui i muoni sono sottoposti ( $a_c \approx 10^{18}g$ ) non influisce sulla vita media dei muoni.

# Dilatazione del tempo. Riflessioni

- Consideriamo due orologi,  $O$  ed  $O'$ , in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità  $V$  lungo la direzione del comune asse  $x = x'$ . Se  $O$  vede  $O'$  in moto lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ , allora,  $O'$  vedrà  $O$  in moto lungo la direzione negativa dell'asse  $x' = x$ .

# Dilatazione del tempo. Riflessioni

- Consideriamo due orologi,  $O$  ed  $O'$ , in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità  $V$  lungo la direzione del comune asse  $x = x'$ . Se  $O$  vede  $O'$  in moto lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ , allora,  $O'$  vedrà  $O$  in moto lungo la direzione negativa dell'asse  $x' = x$ .
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in  $O'$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O'$ ) appare ad  $O$  ingrandita di un fattore  $\Gamma$ ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in  $O$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O$ ) appare ad  $O'$  ingrandita dello stesso fattore  $\Gamma$ .

# Dilatazione del tempo. Riflessioni

- Consideriamo due orologi,  $O$  ed  $O'$ , **in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento** con velocità  $V$  lungo la direzione del comune asse  $x = x'$ . Se  $O$  vede  $O'$  in moto lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ , allora,  $O'$  vedrà  $O$  in moto lungo la direzione negativa dell'asse  $x' = x$ .
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in  $O'$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O'$ ) appare ad  $O$  ingrandita di un fattore  $\Gamma$ ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in  $O$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O$ ) appare ad  $O'$  ingrandita dello stesso fattore  $\Gamma$ .
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in  $O'$  emette un fotone verso  $O$  (lungo la direzione negativa dell'asse  $x = x'$ ), l'energia del fotone misurata da  $O$  sarà:

# Dilatazione del tempo. Riflessioni

- Consideriamo due orologi,  $O$  ed  $O'$ , in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità  $V$  lungo la direzione del comune asse  $x = x'$ . Se  $O$  vede  $O'$  in moto lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ , allora,  $O'$  vedrà  $O$  in moto lungo la direzione negativa dell'asse  $x' = x$ .
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in  $O'$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O'$ ) appare ad  $O$  ingrandita di un fattore  $\Gamma$ ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in  $O$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O$ ) appare ad  $O'$  ingrandita dello stesso fattore  $\Gamma$ .
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in  $O'$  emette un fotone verso  $O$  (lungo la direzione negativa dell'asse  $x = x'$ ), l'energia del fotone misurata da  $O$  sarà:

$$E_{ph} = E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + B}$$

# Dilatazione del tempo. Riflessioni

- Consideriamo due orologi,  $O$  ed  $O'$ , in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità  $V$  lungo la direzione del comune asse  $x = x'$ . Se  $O$  vede  $O'$  in moto lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ , allora,  $O'$  vedrà  $O$  in moto lungo la direzione negativa dell'asse  $x' = x$ .
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in  $O'$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O'$ ) appare ad  $O$  ingrandita di un fattore  $\Gamma$ ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in  $O$  (nel punto in cui si trova l'orologio  $O$ ) appare ad  $O'$  ingrandita dello stesso fattore  $\Gamma$ .
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in  $O'$  emette un fotone verso  $O$  (lungo la direzione negativa dell'asse  $x = x'$ ), l'energia del fotone misurata da  $O$  sarà:

$$E_{ph} = E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + B}$$

- Analogamente, se un atomo in quiete in  $O$  emette un fotone verso  $O'$  (lungo la direzione positiva dell'asse  $x = x'$ ), l'energia del fotone misurata da  $O'$  sarà data dalla stessa formula.



# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi ideali.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .
- Riparte verso  $O$  con le stesse modalità del viaggio di andata.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .
- Riparte verso  $O$  con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo,  $O$  ed  $O_1$  confrontano i loro quadranti.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .
- Riparte verso  $O$  con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo,  $O$  ed  $O_1$  confrontano i loro quadranti.
- $O$  prevede che  $O_1$  mostri un valore del tempo minore.

# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .
- Riparte verso  $O$  con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo,  $O$  ed  $O_1$  confrontano i loro quadranti.
- $O$  prevede che  $O_1$  mostri un valore del tempo minore.
- Ma  $O_1$ , che aveva visto  $O$  effettuare un viaggio lungo la direzione negativa dell'asse  $x$  prevede che  $O$  mostri un valore minore.



# Paradosso degli orologi. I

- I due orologi  $O$  ed  $O_1$  sono orologi **ideali**.
- Il loro **periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica**.
- $O$  ed  $O_1$  sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- $O_1$  accelera lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ , raggiunge la velocità  $V$ , viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto  $B_1$ , distante  $l_{01}$  da  $O$ .
- Riparte verso  $O$  con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo,  $O$  ed  $O_1$  confrontano i loro quadranti.
- $O$  prevede che  $O_1$  mostri un valore del tempo minore.
- Ma  $O_1$ , che aveva visto  $O$  effettuare un viaggio lungo la direzione negativa dell'asse  $x$  prevede che  $O$  mostri un valore minore.
- Da qui, il paradosso.

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è  $O_1$  e non  $O$ .

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è  $O_1$  e non  $O$ .
- L'accelerazione subita da  $O_1$  serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di  $O_1$ , perché  $O_1$  è un orologio ideale.

## Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è  $O_1$  e non  $O$ .
- L'accelerazione subita da  $O_1$  serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di  $O_1$ , perché  $O_1$  è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che  $O_1$  vede  $O$  e  $B$ , mentre  $O$  vede solo  $O_1$ . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.

## Paradosso degli orologi. II

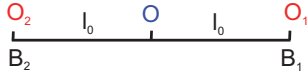
- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è  $O_1$  e non  $O$ .
- L'accelerazione subita da  $O_1$  serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di  $O_1$ , perché  $O_1$  è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che  $O_1$  vede  $O$  e  $B$ , mentre  $O$  vede solo  $O_1$ . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.
- Quindi, l'orologio che al secondo incontro mostra un numero inferiore è  $O_1$ .



## Paradosso degli orologi. II

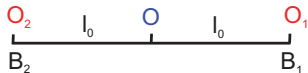
- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio  $O_1$  subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è  $O_1$  e non  $O$ .
- L'accelerazione subita da  $O_1$  serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di  $O_1$ , perché  $O_1$  è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che  $O_1$  vede  $O$  e  $B$ , mentre  $O$  vede solo  $O_1$ . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.
- Quindi, l'orologio che al secondo incontro mostra un numero inferiore è  $O_1$ .
- Dovrebbe quindi esistere un **effetto viaggio**.

## Il terzetto



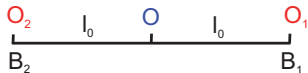
- Ora gli orologi sono tre.

## Il terzetto



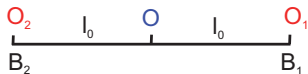
- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.

## Il terzetto



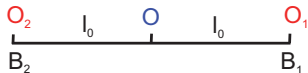
- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .

## Il terzetto



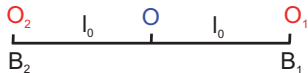
- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .
- Al ritorno in  $O$ , i due orologi  $O_1$  ed  $O_2$  sono ancora sincronizzati.

## Il terzetto



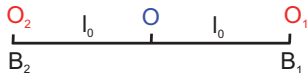
- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .
- Al ritorno in  $O$ , i due orologi  $O_1$  ed  $O_2$  sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato  $(2l_0/V)\sqrt{1 - V^2/c^2}$ .

## Il terzetto



- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .
- Al ritorno in  $O$ , i due orologi  $O_1$  ed  $O_2$  sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato  $(2l_0/V)\sqrt{1 - V^2/c^2}$ .
- Tuttavia, per  $O$ , la durata del loro viaggio è stata  $(2l_0/V)$ .

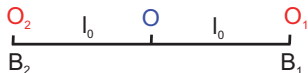
## Il terzetto



- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .
- Al ritorno in  $O$ , i due orologi  $O_1$  ed  $O_2$  sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato  $(2l_0/V)\sqrt{1 - V^2/c^2}$ .
- Tuttavia, per  $O$ , la durata del loro viaggio è stata  $(2l_0/V)$ .
- Se durante il loro viaggio di allontanamento da  $O$  a velocità  $V$ ,  $O_1$  informa  $O_2$  della durata di un fenomeno che avviene in  $O_1$ ,  $O_2$  vede questa durata ingrandita (dilatata). E viceversa.

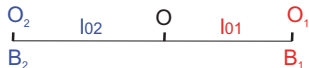


## Il terzetto



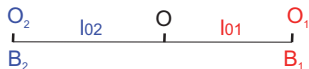
- Ora gli orologi sono tre.
- $O$ ,  $O_1$  ed  $O_2$  sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante,  $O_1$  ed  $O_2$  iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da  $O_1$  nel caso precedente:  $O_1$  verso  $B_1$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$ ;  $O_2$  verso  $B_2$  posto simmetricamente rispetto a  $B_1$ .
- Al ritorno in  $O$ , i due orologi  $O_1$  ed  $O_2$  sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato  $(2l_0/V)\sqrt{1 - V^2/c^2}$ .
- Tuttavia, per  $O$ , la durata del loro viaggio è stata  $(2l_0/V)$ .
- Se durante il loro viaggio di allontanamento da  $O$  a velocità  $V$ ,  $O_1$  informa  $O_2$  della durata di un fenomeno che avviene in  $O_1$ ,  $O_2$  vede questa durata ingrandita (dilatata). E viceversa.
- Il caso del viaggio simmetrico di  $O_1$  ed  $O_2$  mostra che c'è dilatazione del tempo ma non effetto viaggio. L'effetto viaggio permane invece tra  $O_1$  ed  $O$  e tra  $O_2$  ed  $O$ .

## Il terzetto asimmetrico



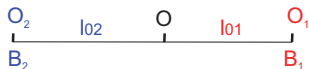
- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .

## Il terzetto asimmetrico



- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .
- La durata  $\Delta t$  del viaggio di andata e ritorno di  $O_1$  e  $O_2$  è la stessa nel sistema di riferimento di  $O$ .

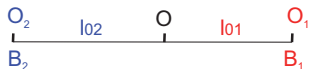
## Il terzetto asimmetrico



- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è e  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .
- La durata  $\Delta t$  del viaggio di andata e ritorno di  $O_1$  e  $O_2$  è la stessa nel sistema di riferimento di  $O$ .
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

## Il terzetto asimmetrico

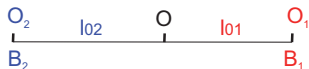


- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è e  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .
- La durata  $\Delta t$  del viaggio di andata e ritorno di  $O_1$  e  $O_2$  è la stessa nel sistema di riferimento di  $O$ .
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

- Dove  $w$  è la velocità relativa tra  $O_1$  ed  $O_2$ .

## Il terzetto asimmetrico



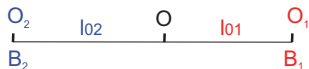
- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è e  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .
- La durata  $\Delta t$  del viaggio di andata e ritorno di  $O_1$  e  $O_2$  è la stessa nel sistema di riferimento di  $O$ .
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

- Dove  $w$  è la velocità relativa tra  $O_1$  ed  $O_2$ .

- $$\left[ \frac{c - w}{c + w} = \frac{c - V_1}{c + V_1} \frac{c - V_2}{c + V_2} \right]$$

## Il terzetto asimmetrico



- Nel caso del terzetto asimmetrico,  $O_1$  ed  $O_2$  viaggiano verso  $B_1$  e  $B_2$  – distanti da  $O$  di  $l_{01}$  e  $l_{02}$  – con velocità il cui rapporto è e  $l_{01}/l_{02} = V_1/V_2$ .
- La durata  $\Delta t$  del viaggio di andata e ritorno di  $O_1$  e  $O_2$  è la stessa nel sistema di riferimento di  $O$ .
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

- Dove  $w$  è la velocità relativa tra  $O_1$  ed  $O_2$ .

•

$$\left[ \frac{c - w}{c + w} = \frac{c - V_1}{c + V_1} \frac{c - V_2}{c + V_2} \right]$$

- Il caso del terzetto asimmetrico può essere considerato la versione lineare dell'esperimento di Hafele&Keating in assenza di gravità.

# Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. I

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota  $h$ , percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.



## Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. I

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota  $h$ , percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest.

# Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. I

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota  $h$ , percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest.
- Gli esperimenti sono descritti in un sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra. In questo sistema di riferimento entrambi gli orologi sono in moto e immersi nel campo gravitazionale terrestre supposto generato da una massa sferica.

## Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. I

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota  $h$ , percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest.
- Gli esperimenti sono descritti in un sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra. In questo sistema di riferimento entrambi gli orologi sono in moto e immersi nel campo gravitazionale terrestre supposto generato da una massa sferica.
- Hafele e Keating usano il formalismo spazio - temporale, nell'approssimazione di campi gravitazionali deboli e velocità piccole rispetto a quelle della luce.

# Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. II

- Si ottiene:

$$\frac{\Delta\tau - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

## Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. II

- Si ottiene:

$$\frac{\Delta\tau - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

- Dove  $g$  è l'accelerazione di gravità all'equatore,  $h$  l'altitudine dell'aereo,  $R$  il raggio terrestre,  $\Omega$  la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed  $u$  la velocità dell'aereo rispetto al suolo.  $u$  è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest.

## Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. II

- Si ottiene:

$$\frac{\Delta\tau - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

- Dove  $g$  è l'accelerazione di gravità all'equatore,  $h$  l'altitudine dell'aereo,  $R$  il raggio terrestre,  $\Omega$  la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed  $u$  la velocità dell'aereo rispetto al suolo.  $u$  è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest.
- Questa trattazione semplificata deve essere integrata considerando che: l'aereo non percorre una rotta equatoriale e non mantiene costanti la velocità rispetto al suolo, l'altitudine e la latitudine.

# Esperimento di Hafele e Keating: teoria semplificata. II

- Si ottiene:

$$\frac{\Delta\tau - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

- Dove  $g$  è l'accelerazione di gravità all'equatore,  $h$  l'altitudine dell'aereo,  $R$  il raggio terrestre,  $\Omega$  la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed  $u$  la velocità dell'aereo rispetto al suolo.  $u$  è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest.
- Questa trattazione semplificata deve essere integrata considerando che: l'aereo non percorre una rotta equatoriale e non mantiene costanti la velocità rispetto al suolo, l'altitudine e la latitudine.
- Hafele e Keating, dopo aver confrontato le predizioni della teoria con i risultati dell'esperimento, concludono affermando “**Questi risultati forniscono una soluzione empirica non ambigua del famoso ‘paradosso’ degli orologi con orologi macroscopici**”.

# Esperimento di Hafele e Keating. Commenti

- Alley (1979), commenta i risultati di Hafele e Keating così:



# Esperimento di Hafele e Keating. Commenti

- Alley (1979), commenta i risultati di Hafele e Keating così:
- “Il confronto con le predizioni sembrano mostrare un’incertezza di circa il 13% per la direzione Ovest, ma [un’incertezza] di gran lunga peggiore per la direzione Est. È difficile attribuire un’incertezza all’interno del confronto tra gli effetti dovuti alla velocità e al potenziale [gravitazionale]: **ma la loro esistenza è certamente dimostrata**” [Halley, 1979](#).

## Hafele&Keating e il “terzetto asimmetrico”.

- Nel caso del terzetto asimmetrico il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}}$$

## Hafele&Keating e il “terzetto asimmetrico”.

- Nel caso del terzetto asimmetrico il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è dato da

$$\frac{\Delta\tau_1}{\Delta\tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}}$$

- Nel caso del volo **radente** verso Est, il rapporto tra le durate proprie misurate dai due orologi è dato da:

$$\frac{\Delta\tau_0}{\Delta\tau_E} = \sqrt{\frac{1 - v_0^2/c^2}{1 - v_E^2/c^2}}$$

che è identica all'equazione precedente.

# Hafele&Keating: derivazione alternativa

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio - temporale.

## Hafele&Keating: derivazione alternativa

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio - temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ - FSE, p. 41].

# Hafele&Keating: derivazione alternativa

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio - temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ - FSE, p. 41].
- Si introducono poi le correzioni dovute all'influenza della gravitazione sul periodo fondamentale degli orologi.

## Hafele&Keating: derivazione alternativa

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio - temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ - FSE, p. 41].
- Si introducono poi le correzioni dovute all'influenza della gravitazione sul periodo fondamentale degli orologi.
- È possibile ricavare queste correzioni usando solo la relatività speciale [Giuliani, ERQ - FSE, p. 276].

## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$



## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

- Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

- Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove  $T_0$  è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.

## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

- Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove  $T_0$  è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.

## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

- Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove  $T_0$  è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Non solo: è necessario assumere – a meno di non abbandonarsi alla ricerca, epistemologicamente insoddisfacente, di orologi che soddisfino l'equazione precedente – che la gravità modifica il periodo fondamentale di ogni classe di orologi allo stesso modo.

## Il tempo nella relatività generale

- In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

- Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove  $T_0$  è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Non solo: è necessario assumere – a meno di non abbandonarsi alla ricerca, epistemologicamente insoddisfacente, di orologi che soddisfino l'equazione precedente – che la gravità modifica il periodo fondamentale di ogni classe di orologi allo stesso modo.
- Tuttavia, è necessario comprendere **come** la gravità possa modificare il periodo fondamentale degli orologi.

# Orologio atomico e gravità

- L'energia a riposo di un atomo posto in un **campo gravitazionale statico e debole** è data da:

$$E_{grav} = Mc^2 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove  $M$  è la massa dell'atomo e  $\chi$  è il potenziale gravitazionale newtoniano. Si noti che **il potenziale gravitazionale ha le dimensioni di una velocità al quadrato ed è negativo.**

# Orologio atomico e gravità

- L'energia a riposo di un atomo posto in un **campo gravitazionale statico e debole** è data da:

$$E_{grav} = Mc^2 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove  $M$  è la massa dell'atomo e  $\chi$  è il potenziale gravitazionale newtoniano. Si noti che **il potenziale gravitazionale ha le dimensioni di una velocità al quadrato ed è negativo**.

- Se l'atomo è eccitato, questa equazione assume la forma:

$$E_{grav} = (mc^2 + \Delta E_0) \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove  $m$  è la massa dell'atomo non eccitato e  $\Delta E_0$  è la differenza di energia tra lo stato eccitato dell'atomo e lo stato fondamentale in assenza di gravità.

## Orologio atomico e gravità. II

- Pertanto, la frequenza della transizione elettronica considerata è data da:

$$\nu_{grav} = \nu_0 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove  $\nu_0$  è la frequenza in assenza di gravità e...



## Orologio atomico e gravità. II

- Pertanto, la frequenza della transizione elettronica considerata è data da:

$$\nu_{grav} = \nu_0 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove  $\nu_0$  è la frequenza in assenza di gravità e...

- il periodo fondamentale dell'orologio sarà allora dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}} \approx T_0 \left(1 - \frac{\chi}{c^2}\right)$$

se  $T_0$  è il periodo in assenza di gravità.

## Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)

# Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)
- Se due nuclei identici sono posti nei punti  $R$  e  $R + h$  sulla verticale [ $R$  distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto  $R$  verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto  $R + h$

## Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)
- Se due nuclei identici sono posti nei punti  $R$  e  $R + h$  sulla verticale [ $R$  distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto  $R$  verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto  $R + h$
- Infatti:

$$\Delta E(R + h) \approx \Delta E(R) \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right)$$

## Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)
- Se due nuclei identici sono posti nei punti  $R$  e  $R + h$  sulla verticale [ $R$  distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto  $R$  verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto  $R + h$

- Infatti:

$$\Delta E(R + h) \approx \Delta E(R) \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right)$$

- Se  $h = 22.55\text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$

## Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)
- Se due nuclei identici sono posti nei punti  $R$  e  $R + h$  sulla verticale [ $R$  distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto  $R$  verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto  $R + h$

- Infatti:

$$\Delta E(R + h) \approx \Delta E(R) \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right)$$

- Se  $h = 22.55\text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$
- Pound e Rebka hanno usato i fotoni emessi senza rinculo per effetto Mössbauer da nuclei di  $\text{Fe}^{57}$

## Esperimento di Pound e Rebka - 1960

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 [qui](#)
- Se due nuclei identici sono posti nei punti  $R$  e  $R + h$  sulla verticale [ $R$  distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto  $R$  verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto  $R + h$

- Infatti:

$$\Delta E(R + h) \approx \Delta E(R) \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right)$$

- Se  $h = 22.55\text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$
- Pound e Rebka hanno usato i fotoni emessi senza rinculo per effetto Mössbauer da nuclei di  $\text{Fe}^{57}$
- Recentemente, il red - shift gravitazionale è stato misurato usando ioni di alluminio intrappolati, posti ad una distanza, sulla verticale, di 17cm [qui](#)

# Esperimento di Pound e Rebka - 1960



(a)



(b)

Robert Pound (a) e Glen Rebka (b)



# Red shift con la relatività speciale

- Si consideri un atomo eccitato posto nel campo gravitazionale della Terra e si suppongano entrambi a riposo nel sistema di riferimento scelto. L'energia a riposo del complesso (atomo + Terra) sarà allora data da:

$$\mathcal{E}_0 = Mc^2 + (mc^2 + \Delta E) - \frac{GM}{r} \left( m + \frac{\Delta E}{c^2} \right)$$

## Red shift con la relatività speciale

- Si consideri un atomo eccitato posto nel campo gravitazionale della Terra e si suppongano entrambi a riposo nel sistema di riferimento scelto. L'energia a riposo del complesso (atomo + Terra) sarà allora data da:

$$\mathcal{E}_0 = Mc^2 + (mc^2 + \Delta E) - \frac{GM}{r} \left( m + \frac{\Delta E}{c^2} \right)$$

- L'energia disponibile per l'emissione di un fotone da parte dell'atomo – o quella necessaria per il suo assorbimento – sarà quindi:

$$\Delta E(r) = \Delta E \left( 1 - \frac{GM}{r} \frac{1}{c^2} \right) = \Delta E \left( 1 + \frac{\chi(r)}{c^2} \right)$$

dove  $\chi$  è il potenziale gravitazionale della Terra nel punto distante  $r$  dal suo centro.

## E gli altri orologi?

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.

## E gli altri orologi?

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.

## E gli altri orologi?

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.
- Gli orologi al quarzo si comportano come gli orologi che usano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza [Horizons Spacecraft](#).

## E gli altri orologi?

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.
- Gli orologi al quarzo si comportano come gli orologi che usano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza [Horizons Spacecraft](#).
- Sarebbe interessante verificare se la vita media di particelle instabili dipende dal potenziale gravitazionale.
- Purtroppo, l'accuratezza con cui è nota la vita media dei muoni è dell'ordine di  $10^{-6}$ , mentre – per esempio – la variazione del termine  $\chi/c^2$  dovuta al moto orbitale terrestre è dell'ordine di  $10^{-12}$ .

# La relatività nella vita quotidiana

- Il GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

# La relatività nella vita quotidiana

- Il GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

- 

$$d\tau = \frac{ds}{c} \approx \left[ 1 + \frac{(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right] dt$$

dove  $d\tau$  è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite;  $V$  è il potenziale gravitazionale della Terra;  $\Phi_0$  il potenziale gravitazionale **effettivo** sul geoide (in un sistema rotante con la Terra);  $dt$  è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.



# La relatività nella vita quotidiana

- Il GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

- 

$$d\tau = \frac{ds}{c} \approx \left[ 1 + \frac{(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right] dt$$

dove  $d\tau$  è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite;  $V$  è il potenziale gravitazionale della Terra;  $\Phi_0$  il potenziale gravitazionale **effettivo** sul geoide (in un sistema rotante con la Terra);  $dt$  è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.

- Quindi, il GPS è una applicazione pratica della relatività nella vita quotidiana.

# La relatività nella vita quotidiana

- Il GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

- 

$$d\tau = \frac{ds}{c} \approx \left[ 1 + \frac{(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right] dt$$

dove  $d\tau$  è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite;  $V$  è il potenziale gravitazionale della Terra;  $\Phi_0$  il potenziale gravitazionale **effettivo** sul geoide (in un sistema rotante con la Terra);  $dt$  è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.

- Quindi, il GPS è una applicazione pratica della relatività nella vita quotidiana.
- Tuttavia, non si deve dimenticare il fatto che **la luce stessa è un fenomeno relativistico** perché la sua velocità di propagazione nel vuoto è una velocità limite.

Giuliani G 2019 Elettromagnetismo, relatività, quanti - Fisica, storia epistemologia, Pavia: Pavia University Press online [qui](#)

Buonaura B, Giuliani G 2016 Wave and photon descriptions of light: historical highlights, epistemological aspects and teaching practices *Eur.J.Phys.*, 37 [055303](#)